

ВВЕДЕНИЕ МЕРЫ ИНФОРМАЦИИ В АКСИОМАТИЧЕСКУЮ БАЗУ МЕХАНИКИ

Москва 1998

Введение меры информации в аксиоматическую базу механики. Информация во всех её формах - от возникновения Вселенной до жизни, разума и социальных систем есть иерархическая физическая переменная. Переходом по ступеням иерархии управляет принцип максимума производства энтропии. Энергия в классической механике должна быть определена на основе уравнений состояния. Они как строгая форма соотношения неопределённости Гейзенберга есть причина детерминизма природы. Действие в механике есть мера информации -энтропия. Уравнение Шредингера есть условие нормировки этой энтропии. Фундаментальные постоянные для электромагнитного, гравитационного и сильного взаимодействия есть "постоянные Планка" этих видов взаимодействий. Вселенная детерминирована слабым взаимодействием на основе принципа максимума производства энтропии. Уравнения движения классической и квантовой механики необратимы при строгом определении в них энергии.

Содержание

Введение.	5
Глава I. Информация как физическая переменная	
1. Информация и формулировка аксиом термодинамики	11
2. Размерная постоянная в определении энтропии - адиабатический инвариант системы	11
3. Наглядные пояснения к понятию - информация	19
4. Классы процессов синтеза информации	21
5. Роль условий устойчивости при синтезе информации как физическом процессе	23
6. Принцип максимума производства энтропии	27
7. Иерархия энтропии при синтезе информации	30
8. Нормировка энтропии и связь между энергией и информацией в системах из многих элементов	34
9. Взаимодействия энергии и информации в термодинамических циклах	41
10. Натуральная единица измерения температуры - обратное время	45
11. Что значит - получить информацию с помощью классических измерений?	49
Выводы	55
Глава II. Энергия в классической механике	
1. Уравнение состояния — составляющая уравнений Гамильтона	57
2. Когда аналитическая механика дает строгие результаты без явного учета уравнения состояния	67
3. Эквивалентность в механике перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных и обратимости времени	70
4. Канонические преобразования как способ описания движения, совместимый с соотношением неопределённости	75

5. Ограничение для гладких функций в использовании классической производной	83
6. Конечность приращений времени в строгой постановке задач классической механики	88
7. Некорректность Пуанкаре в постановке задачи о теории возмущений	92
Выводы	97
Глава III. Действие как мера информации в классической и в квантовой механике	
1. Действие в классической механике.	99
2. Уравнение для информации о механической системе при случайных начальных условиях	101
3. Уравнение Шредингера есть условие нормировки действия–энтропии-информации	109
4. Почему нормировка действия-энтропии-информации приводит к волновым уравнениям в комплексной форме	114
5. Что такое безразмерные мировые постоянные и как определить их величину	118
6. Время в классической механике и его связь со случайностью начальных условий	122
7. Соотношение неопределённости (уравнения состояния в механике) - причина детерминизма природы	133
8. Детерминизм в квантовой механике	139
9. Обратимость и необратимость классическая и квантовая	148
10. Об атомизме Древних Греков и "атомном шпионаже" (вместо послесловия)	158
Выводы	163
Литература	164

*Способность ясно видеть взаимосвязи
принадлежит к самым прекрасным
ощущениям в жизни.*

А. Эйнштейн.

Из письма к Хеди Борн 1. 9. 1919 г. "Эйнштейновский
сборник. 1971". М.: Наука. 1972.



Введение

Классическая аналитическая механика исторически является первоосновой современной науки. Именно она сделала науку единой. Однако на рубеже нашего века успехи механики стали источником разграничения наук. Возникли узкие области науки, имеющие независимую от механики аксиоматику, и как следствие – противопоставление механики другим областям науки. Наиболее одиозным отображением этого явилось слово с негативным значением – "механицизм".

Уменьшение числа независимых аксиом для науки есть естественный процесс. В частности, вариационный принцип Л.И. Седова [1] создал строгую базу, на основе которой в область классической механики вернулось описание макроскопических процессов и объектов, ранее отделившееся от неё на основе независимых аксиом (например, электро-

магнитных полей и строгое описание процессов с использованием классической энтропии).

Информация и её мера – энтропия есть один из важнейших аксиоматических понятий современной науки. Ключевая аксиома для этих понятий – второе начало термодинамики. Известно, что почти полуторазековые попытки обосновать второе начало термодинамики с помощью классической механики не привели к положительному результату. Поэтому понятие о мере информации – энтропии, хотя и используется в механике, но находится вне её основной аксиоматической базы.

В этой книге и моих предыдущих работах [2] – [6] в аксиоматику механики вводится понятие о мере информации – энтропии как физической переменной. Естественно, это связано с необходимостью критического анализа существующей аксиоматики механики. Если уточнить исходную аксиоматику аналитической механики, то картину мира от возникновения Вселенной до жизни, разума и социальных систем можно свести к строгим методам и результатам аналитической механики, используя только две фундаментальные аксиомы – второе начало термодинамики и существование Большого Взрыва.

Эта книга – дополненное переиздание книги с тем же названием [6]. Она первая в подготовленном цикле книг “Разум природы и разум человека”, в котором я попытался сформулированную выше программу довести до конца.

В современной науке существуют общеизвестные фундаментальные парадоксы в разных её областях. Они возникают в вопросах детерминизма и необратимости в классической механике. Их демонстрирует сочетание эффективности квантовой механики с общепринятым сейчас нежеланием обсуждать её логические основы. Их отображает взмах крыла бабочки, вызывающий ураганы согласно современной механике. В термодинамике – это Больцмановский метод подсчёта числа возможных состояний для молекул газа, требующий больших заполнений ячеек в фазовом пространстве, но прекрасно работающий при большинстве пустых ячеек. В биологии – это проблема совместимости существования жизни, человека, его разума со вторым началом термодинамики. В философии – это путанные объяснения познаваемости мира человеком.

И. Ньютон утверждал, что Природа проста, она не роскошествует излишними причинами. Глубина и долгожительство парадоксов в современной науке наводят на мысль, что их объяснение должно быть простым и единым. Эту единую простоту в совершенно разных вопросах я нашёл таким образом, что существующий аппарат и его результаты менять не надо. Введенные мною изменения аксиоматики меняют понимание, устраняют парадоксы, а не “объявляют неверным” известное.

В связи с этим должен напомнить об обоснованиях аксиоматизации в книге Д. Гильберта “Основания геометрии” [8], которая положена в основу методов этой работы. Изменения аксиоматики не могут быть получены путем строгих логических доказательств. Они в момент их формулировки далеко неочевидны.

Это подчёркивалось классиками науки. Например, Л. Больцман писал: “Объяснить последние элементы нашего познания вообще невозможно, так как объяснить – это значит свести к известному, простейшему и поэтому то, к чему всё сводится, всегда остаётся необъяснённым”. Конкретно проблемы аксиоматизации в механике сформулировал ещё Дж. Гиббс: “Если мы желаем найти в рациональной механике априорное обоснование термодинамических принципов, мы должны искать механические определения температуры и энтропии” (цитирую по [9]).

Истинность аксиом устанавливается путём длительного, с участием многих научных работников процесса применения новых аксиом к известным задачам (особенно к парадоксальным задачам).

Публикация этой книги позволяет проводить процесс проверки введенных в ней изменений аксиоматики, оставляя сомневающимся законное и полезное для конечного результата право – сомневаться.

Важно подчеркнуть два обязательных условия, которые я принял в качестве основы этой работы в целом.

1. Классическая механика не может содержать в себе ошибок. Поэтому в её формальном математическом аппарате мера информации должна уже присутствовать. Её надо там найти и показать, каковы её свойства и в чём следствия введения меры информации в аксиоматическую базу механики.

2. Определение меры информации и энергии как физических переменных в механике должно быть однородным с их определением в других областях науки.

Оба эти условия в равной мере относятся к квантовой механике, для которой введение строгого определения энергии и меры информации в классическую механику сводит её исходные самостоятельные аксиомы к следствиям аксиом классической механики.

Далеко не полный список литературы по любому одному параграфу этой книги превысил бы её объём в целом. Поэтому я давал ссылки на исходные классические и некоторые итоговые современные работы в той мере, в которой они непосредственно используются в этой книге. “Перевод” классической механики на язык симплектической геометрии потребовал полжизни у выдающихся математиков современности. Но аксиоматика, введенная в этой работе, требует изменения, в частности,

симплектической геометрии, сформулированной на основе аксиомы об обратимости времени, а время необратимо. Поэтому симплектическая геометрия должна быть сформулирована при той же метрике, но имеющей конечный, а не нулевой, предел элемента объёма. Человеческая жизнь конечна и у меня уже в распоряжении нет отрезков времени, которые необходимы для подобного. Поэтому целей детализации введенных в этой работе изменений аксиоматики я не ставил.

Математика есть язык науки – её мощнейший инструмент. Но трактор не выбирает – он пашет то поле, на которое его доставили. Если он при этом превратит почву в мельчайшую пыль, уносимую ветром, то это не его вина. Тем более, что до того, как это произойдёт, можно собирать неплохие урожаи.

Слова, используемые в этой книге, имеют строгий математический смысл. Те читатели, к узкой области работы которых они относятся, легко увидят стоящие за ними формулы. Для специалистов в смежных областях словесное обозначение строгих результатов не будет мешать чтению книги. При той широте, которая отличает эту книгу, иначе её писать было невозможно.

Основу этой книги составляют обзор Л. Полака [9] классических работ о вариационных принципах механики, выпущенный под его редакцией сборник [10], а также работы Р. Клаузиуса [11], У. Гамильтона [12], К. Якоби [13], Л. Больцмана [14], Дж. Гиббса [15], Э. Шрёдингера [16], М. Планка [17], Л. Седова [1], П. Дирака [18], В. Гинзбурга [19], В. Арнольда [20], а также книги Г. Суллова [21] и Е. Уиттекера [22]. Для понимания моей методологии полезна книга [7].

Главное в этой книге и моих предыдущих работах по этой тематике в следующем:

 Равновесие не является и не может быть целью природы. Это выражает введенный мною принцип максимума производства энтропии (максимума способности к превращениям), связанный с седловой поверхностью, одно из сечений которой отображает неустойчивость статического равновесия, а перпендикулярное – стабилизирующую роль растущих потоков.

 Энтропия – мера информации есть универсальная иерархическая физическая переменная с экспоненциально уменьшающейся высотой ступеней иерархии, поэтому иерархический рост энтропии, наблюдаемый в пределах её старших иерархических ступеней, может восприниматься как кажущееся уменьшение энтропии.

Обосновать с помощью классической механики второе начало термодинамики невозможно потому, что обратимость времени в виде тождества Якоби есть самая фундаментальная предпосылка её математического аппарата.

Конкретно обратимость времени в классическую механику вводит предположение о перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных.

Понятия – энергия без формулировки конкретного уравнения состояния нет в физике и аналогично не может быть в механике. Учёт уравнений состояния, независимых от уравнений Гамильтона, вводит в механику необратимость и объединяет на основе общей аксиоматики классическую и квантовую механику.

Адиабатическое уравнение состояния в классической механике есть аналог соотношения неопределённости Гейзенберга. В специфических формах неопределённость типа гейзенберговской существует для классических механических траекторий.

Основа детерминизма природы – случайности! В природе не существует количественно большего детерминизма, чем тот, который задают максимумы иерархической энтропии.

Уравнения состояния в механике как конкретизация соотношений неопределённости вводят в механику пороги возмущений, не нарушающих состояния системы. Это, в частности, есть причина детерминизма классической и квантовой механики.

Отсутствие у Пуанкаре уравнения состояния при определении энергии в механике есть причина некорректности постановки им задачи о теории возмущений и результатов этого в виде сложности аппарата теории возмущений и проблемы малых знаменателей.

Действие в механике аксиоматически есть энтропия-информация. Классическая механическая траектория является геометрическим местом точек максимума энтропии-информации (при правиле знаков Больцмана).

Уравнение Шрёдингера не есть уравнение движения, а описывает нормировку действия-энтропии-информации как переменной в уравнении в частных производных Гамильтона-Якоби. По принципам существования нормировочных условий уравнение Шрёдингера обратимо во времени. Необратимость в квантовую механику вводит второе начало термодинамики в применении к действию-энтропии-информации, определённой с участием нормировки.

Классы задач, относящиеся к разным уровням иерархии действия-энтропии-информации, имеют разные адиабатические инварианты – свои “постоянные Планка”. Они по порядку величины сопоставимы с переменными своего уровня иерархии.

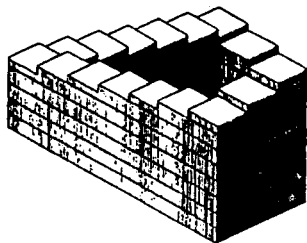
Известные в физике фундаментальные безразмерные постоянные, примером одной из которых является постоянная тонкой структуры, есть отношения “постоянных Планка” данного фундаментального уровня иерархии действия-энтропии-информации к постоянной Планка.

Величины постоянной тонкой структуры, гравитационной постоянной и постоянной сильного взаимодействия (как характеристик фундаментальных степеней свободы Вселенной) определяются величиной постоянной слабого взаимодействия. Её задаёт принцип максимума производства энтропии – принцип максимума способности к превращениям. Этим же определены численные величины размерных постоянных таких, как постоянная Планка, заряд электрона и др.

Считаю своим долгом поблагодарить Л.И. Седова, Г.Г. Черного, Л.А. Блюменфельда, Л.А. Шелепина, Д.А. Поспелова, Ю.Л. Климонтовича, П. Ландсберга, В. И. Марона, С.В. Елкина, К.К. Колпина, В.И. Аршинова, А.В. Олескина за внимание к этой работе в её полном объёме от механики до биологии и поддержку в её осуществлении. Благодарю за совершенно неоценимую помощь Е.Г. Аписова.

28 февраля 1998 г.

На фотографии в заставке слева направо: Л.И. Седов, А.М. Хазен, Дж. Тейлор (фото в лаборатории А.М. Хазена в Институте механики МГУ на рубеже 60-70х годов). В качестве дальнейших заставок к главам этой книги использована компьютерная обработка рисунков М. Эшера.



Информация как физическая переменная

Информация о равновесных состояниях объектов первична для природы. Её описывает физическая переменная – энтропия. Энтропия есть иерархическая переменная. Единица измерения энтропии для каждой ступени иерархии есть адиабатический инвариант системы. Информация о физических объектах и процессах возникает в результате самопроизвольного процесса синтеза информации, зависящего от внешних условий. Запоминание в процессе синтеза информации задают критерии устойчивости Ляпунова. Поэтому объекты и процессы природы стационарно существуют, в частности, тогда, когда энтропия и её изменения есть функции Ляпунова. Величину адиабатических инвариантов в определении иерархической энтропии устанавливает принцип максимума производства энтропии. В плоскости постоянного адиабатического инварианта синтез информации, в частности, описывают принцип минимума производства энтропии Пригожина и динамические фазовые переходы Хакена. Естественной размерностью температуры должно быть обратное время.

1. Информация и формулировка аксиом термодинамики

Рассматривать информацию как физическую переменную впервые предложил Н. Винер. Мера количества информации есть величина энтропии S .

Физическая переменная, как правило, есть аксиоматически введенное понятие. Отличие энтропии от таких переменных как, например, объем в том, что живые организмы не имеют органов для непосредственного ощущения энтропии. Энтропия есть такая же материальная переменная, как и все остальные физические переменные

Понятие – материальная физическая переменная означает, что эта переменная может быть измерена при наблюдениях в природе или в целенаправленно поставленных экспериментах, а также может быть использована в качестве переменной математических задач и решений. Для энтропии это всё есть реальность.

Для общего случая физических задач классическое определение энтропии требует небольших, но существенных, уточнений. Они не противоречат известному, а дополняют его. Сформулирую отображающие это изменения аксиоматики, ранее введенные мною в [2] – [6].

Если заданы признаки, отличающие друг от друга элементы системы, их состояния, условия взаимодействия элементов между собой, то энтропия как функция состояния системы определена в виде:

$$S = K \ln \Omega, \quad (1.1)$$

где K – адиабатический инвариант системы и Ω – функция, описывающая число состояний, которые может принимать система, образованная многими элементами. Вид функции Ω зависит от вида статистики, который характерен для данной задачи и её конкретных особенностей. Число возможных состояний Ω функционально связано с вероятностью ψ этих состояний. Поэтому определение энтропии, выраженное через вероятности состояний:

$$S = -K \ln \psi \quad (1.1a)$$

равноправно с определением (1.1), но отличается от него знаком, так как всегда вероятности $\psi \leq 1$. Далее в тексте этой книги, если специально не оговорено, ссылка на (1.1) равноправно подразумевает и (1.1a).

В определении энтропии (1.1) вид функций Ω или ψ зависит от конкретных постановок задач и не обязательно подразумевает ту форму, которую они имели у Больцмана или Гиббса.

Когда речь идет, например, о тепловых процессах, то аксиоматически постулируется, что классы функций Ω или ψ и величина размерного множителя $K = k_B$ (постоянной Больцмана) в (1.1) заданы *a priori*. В литературе обоснования этого используют эмпирические аргументы.

Постоянная K определяется признаками, отличающими друг от друга элементы системы. В этой работе преимущественно рассматривается энтропия, для которой K есть действие как переменная механики.

В этой работе энтропия определена как экстремум для выражения (1.1), то есть как характеристика максимума вероятности состояния системы. Поэтому неотъемлемой частью определения энтропии (1.1) являются условия нормировки энтропии, с помощью которой находят её максимум.

В природе должен существовать процесс возникновения новых объектов или их состояний, в описании которых участвует мера количества информации (1.1), то есть процесс создания информации вновь — синтез информации.

Аксиоматически существование энтропии-информации, ее главные свойства и выбор нуля отсчета для нее определяют три начала термодинамики. Сформулирую их в следующем виде [2] — [6], который несколько отличается от классического, но не противоречит ему.

I. Существует функция состояния системы энтропия-информация (1.1) — мера количества информации в пределах заданных признаков и условий для наиболее вероятного состояния системы из многих элементов. Физическая система, не содержащая информации о себе самой, не может реализоваться. Синтез информации превращает энтропию как меру информации, которой недостает до полного описания системы, в макроскопические свойства объектов или физических переменных.

II. Самопроизвольные процессы в системах из многих элементов направлены в сторону максимума энтропии: максимума количества информации, необходимого для описания индивидуальных элементов системы при заданных для них признаках и условиях. Вечное равновесие невозможно.

III. Энтропия-информация может суммироваться при разных входящих в её определение признаках и условиях, учитывая уравнения связи их между собой. Для любых, входящих в определение энтропии (1.1) признаков и условий, существует нуль отсчета энтропии-информации, который зависит от них. Энтропия-информация есть положительно определенная переменная, однако существование разных нулей отсчета разрешает в конкретных задачах использовать ее с отрицательным знаком.

Сохранение энергии, которое обычно принимается в качестве первого начала термодинамики, пропущено в системе аксиом I — III неслучайно. Закон сохранения энергии в любой своей формулировке волевым образом ограничивает рассматриваемые в данной задаче формы энергии. Например, закон сохранения механической энергии заведомо не выполняется точно, так как существует тепло, в которое при движении элементов системы переходит механическая энергия. Сохранение энергии как аксиома для этого взаимодействия лежало в основе исторически первичных результатов термодинамики. Но далее в термодинамику была включена электромагнитная, химическая энергия. Понятия энергии и потен-

циалов эффективны в абстрактных задачах, связанных с информацией при человеческом общении. Наконец, исходно сохранение энергии есть следствие однородности времени, которую нельзя безоговорочно постулировать в качестве закона для всех масштабов и этапов процессов в природе. Достоверно, что Вселенная расширяется и время не может быть безоговорочно однородным.

Аксиома сохранения энергии потеряла однозначность и превратилась в условие конкретных термодинамических задач, зависящее от того, какие формы энергии в них учитываются. *Метод* исследований, основанный на сохранении тех форм энергии, которые названы в условиях задачи, есть главный признак термодинамики как области науки: математические методы термодинамики основаны на сохранении энергии.

Главная причина того, что сохранение энергии не может быть аксиоматической основой термодинамики и ее обобщений для информационных процессов, в том, что аксиома сохранения энергии (как первичная) тавтологична аксиоме об окончательном равновесии как “цели” всего сущего. Поэтому *аксиома* сохранения энергии противоречит *аксиоме*, которой является второе начало термодинамики. Включить сохранение энергии в аксиоматическую базу термодинамики и ее обобщений, не создавая аксиоматической противоречивости, можно при следующей формулировке аксиомы о сохранении энергии:

IV. Реализуемая система обладает функцией состояния – энергией. Допустима *идеализация*, называемая *замкнутой системой*, для которой справедлив закон сохранения энергии. Энергия системы возрастает (или уменьшается) в результате взаимодействия системы с окружением. Идеализация в виде замкнутой системы в любой точке своей границы находится в статическом и динамическом равновесии с окружением.

Идеализированное понятие замкнутой системы нуждается в пояснении, связанном с ролью флуктуаций в процессах природы. С учетом флуктуаций возможен такой случай, когда динамическое равновесие на границах системы гарантирует сохранение энергии в системе только в среднем. Изменяющееся при флуктуациях соотношение потоков энергии во времени меняет её поведение – система открытая, хотя в среднем энергия в ней сохраняется неизменной. Открытые системы такого типа подробно рассмотрены в [23].

В общем случае, для строгих постановок задач энергия E системы определена в виде двух составляющих. Первая из них зависит от сил X_i , обладающих потенциалом. Она имеет вид $\sum X_i x_i$, где x_i описывает интервалы, на которых действуют силы X_i . Вторая составляющая зави-

сит от количества информации в системе — энтропии S . Эта составляющая энергии есть θS , где θ — температура системы, есть силовая переменная, сопряженная с мерой информации как количественной.

К сожалению, понятие о формах энергии и о том, что закон сохранения энергии всегда конкретен по отношению к ним, хотя и очевидно, но некоторыми научными работниками воспринимается с трудом. Таких отошло к учебнику, например, [24].

Энтропия-информация есть характеристика функции распределения в системах. Эту её особенность подчеркнул А. Эйнштейн в классической работе [25]. В такой форме энтропия использовалась в работах К. Шеннона. Подробно вопросы связи энтропии и функций распределения рассмотрены, например, в книге [26].

2. Размерная постоянная в определении энтропии — адиабатический инвариант системы

Обмен энергией с окружением в любой системе ограничен наложенными на неё условиями. Эти условия можно разбить на два фундаментальных класса — адиабатические и неадиабатические системы.

Если в системе количество информации (энтропия-информация) S остается неизменным, а энергия в ней изменяется под действием сил X_i , то такая система является адиабатической.

Системы, в которых количества информации изменяются в результате взаимодействия с внешней средой, есть неадиабатические системы.

Эти определения аналогичны используемым в термодинамике. В классической термодинамике систему называют адиабатической, если она не обменивается с окружающей средой теплом, но в общем виде адиабатической является система, которая не обменивается с окружением количествами информации. Это не исключает для неё возможность совершать над внешней средой механическую работу (или внешней среде над системой). Если механическая работа совершается бесконечно медленно по отношению к характерным временам внутренних процессов, то *адиабатическая* система обратима. Следует подчеркнуть, что адиабатическое изменение энергии системы строго непрерывно в математическом смысле, независимо от того, рассматривается ли классическая или квантовая система.

В общем случае силы X_i могут иметь электрическую, магнитную, химическую или внутриатомную природу. Обмен энергией с окружением за счет сил X_i любой природы при бесконечно медленном протека-



Рис. 1.1.

нии процессов может (как и механическая работа) не нарушать адиабатичности системы.

Примером адиабатической обратимой системы является маятник Эренфеста (рис. 1.1) [27] в виде груза на нити, длина которой изменяется бесконечно медленно по отношению к периоду его колебаний. Такую систему называют адиабатически инвариантной. Полная энергия адиабатически инвариантной системы может изменяться непрерывно.

Адиабатически инвариантная система имеет адиабатический инвариант — характерную константу, которая остается неизменной в адиабатическом обратимом процессе. Для примера маятника Эренфеста адиабатический инвариант h_a есть отношение энергии колебаний маятника E к его частоте ν . Для каждого конкретного макроскопического маятника такой инвариант будет иметь свою численную величину. Например, для тепловых процессов это есть постоянная Больцмана k_B . Адиабатическим инвариантом является также постоянная Планка h . Множитель K в определении энтропии (1.1) есть адиабатический инвариант системы в том смысле, в котором ввел это понятие Эренфест [27].

В абстрактных вычислительных системах мера количества информации S так же задана в виде (1.1), но основание логарифмов в (1.1) принимается равным числу A символов алфавита, с помощью которого описывается информация:

$$S = K \log_A \Omega. \quad (1.2)$$

Изменение числа A не может изменить количество информации в системе. Это есть адиабатический процесс. Адиабатический инвариант в абстрактной системе должен быть равен 1. Поэтому множитель в (1.2) есть:

$$K = \ln A. \quad (1.3)$$

В зависимости от выбора A величина K определяет известные единицы информации, например, *бит*, для которого $A = 2$. Следует подчеркнуть, что в вычислительных системах определение энтропии-информации в форме (1.1) часто используется в смысле, отличном от больцмановского, то есть не как характеристика максимума вероятности состояния системы. В этой книге энтропия-информация в небольтцмановском смысле не рассматривается.

В общем случае для физической системы мера информации — энтропия определена только в том случае, когда определен адиабатический инвариант системы, то есть множитель K в определении энтропии-информации (1.1). Для разных систем он может иметь разную величину (не обязательно $K = k_B$ — постоянной Больцмана). Адиабатический инвариант всегда имеет конечную величину. Предельный переход $K \rightarrow 0$ при строгой постановке задач невозможен.

Неадиабатическая система (как она определена в классической термодинамике) обменивается с окружающей средой количествами тепла, что эквивалентно обмену количествами информации. В этом случае изменение энергии системы за счет взаимодействия с окружением обязательно содержит в себе изменения количества информации в системе – её энтропии.

Энтропия определена как функция состояния системы. Её изменения описываются полными дифференциалами. Обмен энтропией с окружающей средой при неадиабатических процессах происходит в формах, которые непосредственно не описываются полными дифференциалами. Поэтому то, что передается от окружающей среды к системе и наоборот (например, тепло) не есть энергия – функция состояния (изменение которой полный дифференциал в силу аксиоматического определения). Но в результате такого процесса энергия системы изменяется.

Приращения функций, не являющиеся полными дифференциалами, могут быть преобразованы в полные дифференциалы с помощью интегрирующего множителя. Таковым по аксиоматическому определению в термодинамике является температура θ . Как множитель она участвует в обратной форме $1/\theta$. С её помощью процесс обмена информацией с окружением может быть представлен в форме полных дифференциалов. Например, используя температуру в виде $1/\theta$ как интегрирующий множитель, можно на основе изменения количества тепла ΔQ (не являющегося полным дифференциалом) определить изменение количества информации dS – функции, изменение которой является полным дифференциалом:

$$dS = \Delta Q/\theta. \quad (1.4)$$

В связи с изложенным выше об энергии и её связи с количествами информации необходимо подчеркнуть элементарное, но важнейшее и многими абсолютно забываемое.

Энергия по своему аксиоматическому определению – функция состояния системы. Её изменения есть полные дифференциалы. Переменная, не являющаяся функцией состояния, не есть и не может быть энергией. Но изменения функции произвольных независимых переменных не обязательно будут полными дифференциалами. Они могут стать полными дифференциалами, если на независимые переменные наложены конкретные условия связи.

Понятия – энергия – нет и не может быть, если не сформулированы условия связи между собой независимых переменных задачи. Эти условия связи в термодинамике известны как уравнения состояния.

Энергия – функция состояния, а потому эквиваленты энергии существуют во многих задачах, которые не имеют отношения к тепловым

процессам. Все математические особенности, связанные с полными дифференциалами, интегрирующими множителями, уравнениями состояния в полной мере, тождественно относятся и к нетепловым задачам — общим процессам взаимодействия энергии и информации в физических системах.

В этой работе энтропия (мера информации) и энергия понимаются именно в таком широком смысле, что отражено в формулировке начал (I — III), независимой от того, какие формы энергии, подчиняющиеся аксиоме IV, учитываются в данной задаче. Поэтому в определении энтропии (1.1) постоянная K необязательно равна постоянной Больцмана k_B . Соответственно энергия может не быть классической механической энергией. В частности при описании информации на уровне взаимодействия мозга человека и окружающей среды это может быть абстрактная функция состояния.

Следует подчеркнуть ещё одну особенность информации как физической переменной. Для описания природы необходим непредставимый диапазон чисел, отличающихся на 40 — 60 порядков величины. Мера информации (1.1) потому является важнейшей переменной природы, что она описывается логарифмической функцией. В её терминах описание природы становится возможным в числовом диапазоне всего порядка 100. Поэтому зависимости, выраженные в терминах энтропии-информации, доступны сопоставимым исследованиям при любых численных масштабах процессов, характерных для Вселенной.

Методы человеческих исследований отражают возможности природы. Сами по себе величины, отличающиеся на 40 — 60 порядков, не могли бы равноправно оказывать влияние на процессы природы. Однако оно существует. Причина этого именно в решающей роли энтропии-информации для всех процессов природы, которую задаёт её логарифмический характер.

По определению (см., например, [28], [29]) мера информации при обмене информацией между людьми характеризует неопределённость, устранённую с помощью данного сообщения.

Человек устраняет неопределённость состояния путём передачи информации. На этой основе он абстрактно вычисляет количество информации в данном сообщении. Обмен информацией между объектами физики невозможен в таком смысле. В физике реально заданным свойством объектов является существующий в них беспорядок, относительно каких-то конкретных признаков элементов системы. Сама неопределённость есть мера информации как физическая переменная. Локализация элемента системы может использоваться для измерения информации как физической переменной в терминах человеческих сообщений. Поэтому

информация как абстракция и информация как физическая переменная отличаются знаком. Обсуждения смысла вероятностей в связи с физическими задачами содержатся, например, в [30].

3. Наглядные пояснения к понятию – информация

В строгом виде информация характеризует устранённую неопределённость. В системе беспорядок – неопределённость. Её величину выражает энтропия. С помощью измерений выбрали один элемент. Этим неопределённость устранена. В результате получено количество информации в виде числа, равного энтропии с обратным знаком.

Интуитивно термин – информация понимается, в частности, как "проект", который предвещает действия человека. Это создает убежденность в том, что окружающая нас природа, сам человек, его мозг также должны иметь "предварительный проект". Тогда должны быть в природе "кто-то" или "что-то", способные этот проект создать и точно реализовать. Подобный подход категорически исключен (хотя именно он распространен как в науке, так и в обиходе). Поясню это подробнее.

О каких бы объектах природы, наблюдаемых глазом человека, не шла речь, их "проект" начинается от элементов на внутриатомном уровне. Проект – это есть "чертеж", в котором задано положение каждого из составляющих его "элементов" в виде, например, сначала "элементарных частиц", потом атомов, молекул, их объединений в виде жидкостей, твердых тел, живых клеток и далее вплоть до социальных систем человеческого общества. В таком проекте характерные размеры его составляющих отличаются на 40 – 60 порядков величины.

В любом макроскопическом объекте, который должен описать "проект", число элементов выражается огромными числами, например, для составляющих атомных масштабов, имеющими 10 – 30 знаков.

При таком диапазоне масштабов и количеств беспорядок, создаваемый случайностями, устанавливает очевидный и неустраняемый запрет на создание "проекта" как детерминированного "чертежа-инструкции". Однако Вселенная, а в ней человек с его разумом существуют.

Дело в том, что в природе нет проектов в обиходном понимании этого термина. Объекты, тождественные при макроскопических наблюдениях, как правило, неповторимы на своих микроуровнях (атомном, микрокристаллическом, клеточном). Природа неспособна создавать что-либо по тем правилам "проекта", которые ей хочет навязать человек.

Схема "информация-проект", который "борется" с противодействующей ему случайностью, несостоятельна. Интуитивным обиходным определением "информации-проекта" пользоваться недопустимо. Слу-

чайности есть первичная основа понятия об информации. Наблюдаемый нами детерминизм окружающего мира должен существовать не вопреки случайностям, а в результате их действия как первичной причины всего сущего.

Но ведь в науке информация строго определена именно так: не как "проект", а как функция случайностей – устранённой неопределённости. Информация потому является основой всего сущего, что ее определение связано с фундаментальной переменной в науке – энтропией, подчиняющейся аксиоме о стремлении случайностей к максимуму беспорядка, известной как второе начало термодинамики.

Для пояснения этого необходимо ответить на вопрос: как конкретный, например, инженерный проект выражается на языке строгого определения информации и описывающей её переменной – энтропии?

Когда инженер создает проект машины, исходными для него являются некоторый набор материалов, деталей и агрегатов, а также заданные условия их применения и результаты, которые должны быть достигнуты с помощью этой машины.

На языке информации исходное для инженерного проекта есть система, для которой задано количество элементов и их свойства. Работа инженера заключается в том, что он отбирает из этих элементов те, которые считает нужными, и соединяет между собой с учетом их свойств и результатов, которые необходимо получить с их использованием. В этом обязательно участвует случайность, имеющая диапазон от "творческого озарения" гения до элементарной лени. На языке информации работа инженера заключается в том, что он осуществляет случайный выбор из заданного количества элементов. Этот случайный выбор ограничен определенными условиями. Осуществленный инженерный проект есть ограниченный условиями запомненный случайный выбор – информация.

Поэтому количество информации, которое содержится в инженерном проекте, определено на основе того же закона (1.1), что и для физических систем: числом возможных состояний системы (числом возможных вариантов её выполнения из заданных элементов) при ограничивающих выбор условиях. Именно это и есть количество информации, содержащееся в инженерном проекте, – новизна и оригинальность, которые отличают данный инженерный проект от всех предыдущих, выраженные конкретной математической формулой вида (1.1), имеющие однозначную числовую оценку.

Это количество информации не надо путать с тем количеством информации, которое необходимо для того, чтобы сохранить или передать проект как листы бумаги с текстом и чертежами. Такая информация зависит от выбора "алфавита" для кодирования текстов или чертежей и по-

добных сугубо частных особенностей выполнения проекта. Если раздать трёхлетним детям в детском саду количество листов бумаги, эквивалентное проекту какого-нибудь самолёта, и поручить им изрисовать эту бумагу, то количество информации, которое необходимо, чтобы передать этот "проект", будет больше, чем необходимое для передачи реального проекта самолёта. Ведь детские каракули случайны, а в инженерном проекте есть условия, сокращающие объёмы информации. Например, букву можно передавать не как её рисунок, а как соответствующий ей код.

В рассмотренном выше примере инженерного проекта обращает на себя внимание необходимость установить нуль отсчета для меры информации — энтропии. Ведь от того, какие элементы приняты как первичные "неделимые", зависит число их возможных комбинаций: количество информации неустранимо зависит от "нулевого уровня", на котором элемент системы является "неделимым целым". Например, проект может базироваться на исходных "болтах" и "гайках" как элементах системы или определять конструкцию, для которой исходными являются крупные агрегаты — электромоторы, редукторы или станки и машины как готовые покупные изделия. Поэтому мера информации — энтропия — всегда и неустранимо определена как нерархическая переменная.

Утверждения моих работ [2] — [6] и этой книги есть, в частности:

- мера количества информации в физических системах и в человеческой деятельности тождественно одинаково определена как нерархическая переменная;

- информация в неживой природе, при возникновении жизни и разума, в человеческой деятельности первично возникает на основе одинаковых процессов синтеза информации;

- второе начало термодинамики (стремление к максимуму беспорядка, ограниченное внешними и внутренними условиями), в частности, выраженное *принципом максимума производства энтропии*, есть главная причина детерминизма природы.

Кажущаяся парадоксальность этих утверждений создает трудности в понимании моих работ.

4. Классы процессов синтеза информации

Главное отличие между бальмановской или гиббсовской и шенноновской информацией (вне описывающих её формул) состоит в том, что для шенноновской информации задана цель передачи информации — "смысл" комбинаций символов алфавита устанавливается человеком. В физической системе эта цель должна возникать *самопроизвольно*, без участия человека. Должен существовать физический процесс самопроизвольного возникновения новой информации — синтеза информации.

Поэтому определение энтропии-информации (1.1) неполное. В нём не указаны условия синтеза информации (самопроизвольного возникновения новой информации в физической системе). Самопроизвольно (как и в термодинамике) означает направление процессов в сторону роста энтропии или уменьшения энергии взаимодействия.

Определение энтропии-информации (1.1) задает фундаментально разные иерархические уровни синтеза информации (рис. 1.2).

A – синтез информации о виде Ω или ψ , в частности, о виде статистики в определении энтропии (1.1). *B* – синтез информации о вели-

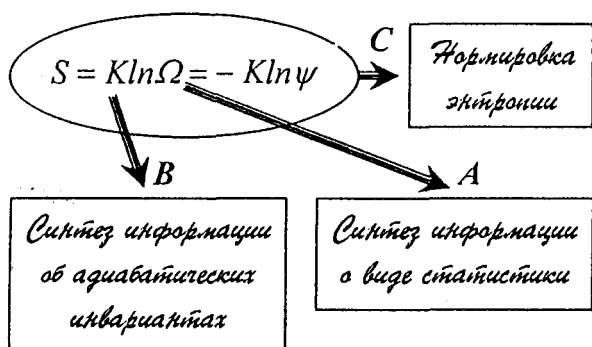


Рис. 1.2.

чины размерного множителя *K* в определении энтропии (1.1). *C* – установление связи энергии и количества информации в системе в виде синтеза информации на основе условий нормировки энтропии [31] при заданных *K* и Ω или ψ . Классы процессов синтеза информа-

ции, показанные на рис. 1.2 замыкают определение энтропии (1.1) как физической переменной. Они должны иметь форму реальных физических процессов.

Элементы системы подчиняются индивидуальным законам взаимодействий. Этим задан вид статистики *A*, определяющей вид функций Ω или ψ .

Кажется однозначным и очевидным условие, что в определении энтропии (1.1) величина адиабатического инварианта $K = k_B$ – постоянной Больцмана. Это не так. Вид и свойства элементов системы, законы их взаимодействий задают возможность разных постоянных *K*. Должен существовать процесс *B*, приводящий к однозначному определению адиабатического инварианта *K* в функции условий задачи.

Наконец, для заданных Ω или ψ и *K* определение энтропии (1.1) должно быть дополнено классическими ещё со времён Больцмана и Гиббса условиями нормировки энтропии. Это есть вид синтеза информации, обозначенный на рис. 1.2 буквой *C*.

Законы природы всегда содержат обратные связи, зависящие от окружающей среды и её изменений в результате происходящих в ней

процессов. Наиболее общий вид таких обратных связей – указанные на рис. 1.2 классы процессов синтеза информации.

Последовательные процессы A, B, C , задающие вид статистики, адиабатический инвариант системы, нормировку энтропии, есть составляющие определения энтропии (1.1). Когда в термодинамике говорят об открытых системах, то их определение ограничивается системами с заданными Ω или ψ и величиной K . Однако важнейшими классами открытых систем являются такие, в которых воздействие извне формирует Ω или ψ и K , а также определяет нормировку энтропии.

В классической термодинамике "по умолчанию" принимается, что энтропия есть переменная, отнесенная к единице объёма системы. В таком виде энтропия не изменяется при изменении числа N элементов системы.

Для некоторых из задач, которые рассматриваются в этой работе, важна также энтропия системы в целом, то есть $S = S(N)$. Рост энтропии системы, подчиняющейся второму началу термодинамики, включает в себя составляющую, зависящую от N .

5. Роль условий устойчивости при синтезе информации как физическом процессе

Что и как в природе образует из элементов систему, обладающую определёнными свойствами?

Ответ, который дан в этой работе, конкретен – возникновение новых объектов и их состояний (систем) имеет причиной процесс синтеза информации – создание информации вновь. Синтез информации есть первичный, основополагающий для природы физический процесс, который имеет разные формы, объединённые общей основой.

Синтез информации определен [32], [33] как запоминание случайного выбора. Такое определение детализирует [2] – [6] цепочка:

1. Случайные выборки.

2. Условия, с помощью которых случайным выборкам сопоставляется некоторое следствие.

3. Запоминание результата в виде устойчивого воспроизведения данного следствия.

Понятие запоминания для физической системы (физической переменной) тождественно понятию – устойчивость воспроизведения системы (переменной). Поэтому для синтеза информации решающие есть условия устойчивости физических и абстрактных процессов. Устойчи-

вость систем проверяется на основе известных критериев А. Ляпунова, сформулированных на основе функций Ляпунова [26]. Существование функций Ляпунова есть достаточный критерий устойчивости.

Если принять известными классы функций Ω или ψ и постоянных K , то можно укрупненно выделить виды синтеза информации

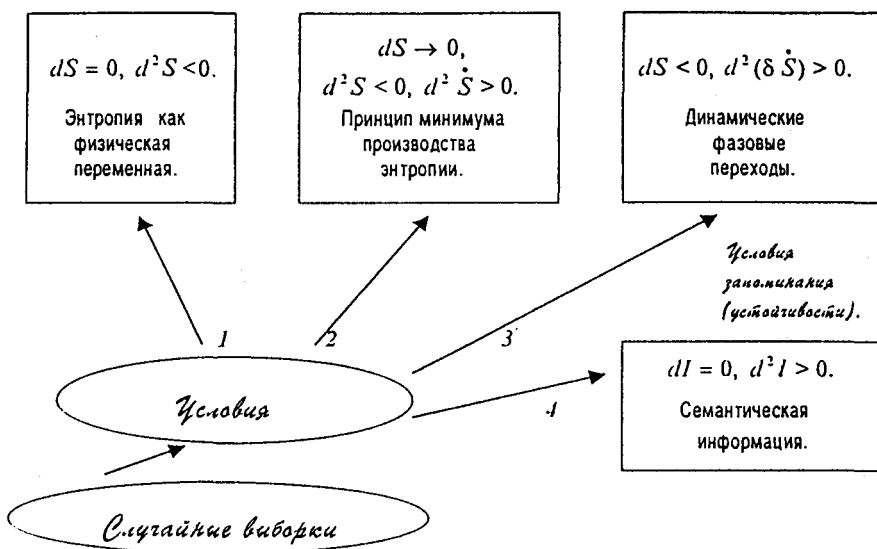


Рис. 1.3.

(рис. 1.3), отличающиеся видом функций Ляпунова и условиями устойчивости. Все виды синтеза информации рис. 1.3 самопроизвольны, то есть направлены либо в сторону максимума энтропии, либо к минимуму энергии взаимодействия.

Первый из видов синтеза информации – установление статически равновесного состояния, например, в газе. Ему соответствует максимум энтропии-информации:

$$dS = 0 \text{ и } d^2 S < 0. \quad (1.4)$$

Само количество информации, которое недостает до полного описания индивидуальных атомов или молекул, материализуется в виде физической переменной – энтропии S , например, газа (1 на рис. 1.3).

Без подвода энергии или тепла рост энтропии возможен только как переходный процесс, заканчивающийся окончательным равновесием (1.4), то есть $dS \rightarrow 0$. Энтропия-информация описывает наиболее вероятное распределение энергии. В идеальной замкнутой системе подвода энергии и тепла нет, но энтропия как физическая переменная существует. Это тавтологично означает, что в *замкнутой* системе *как предел* обя-

зателен случай $dS = 0$. Но понятие замкнутая система есть идеализация, поэтому всегда необходимо рассматривать конкретные особенности реализации такого предела.

Особенность энтропии как переменной, описывающей распределение, (многократно подчеркиваемая, начиная от Больцмана) в том, что это распределение имеет исключительно острый максимум. Например [34], вероятность найти при однократном наблюдении в массе газа величиной 10^{-2} грамм-молекулы отклонение энергии 10^{-6} от значения, заданного максимумом энтропии, составляет непредставимо малую величину порядка 10^{-31015} . Поэтому детерминизм возможного в данных условиях максимума энтропии-информации (определяемый случайностями для элементов системы) количественно намного превосходит детерминизм, например, закона сохранения энергии в классических формулировках.

Это использует известный метод максимума энтропии Джейнса [35] и его развитие Хакеном [36]. Конкретные реализации этого метода основаны на классической больцмановской нормировке энтропии [31].

Согласно второму началу термодинамики в формулировке аксиомы II, вечное равновесие невозможно. Поэтому при любых масштабах процессов замкнутая система есть идеализация (что было подчеркнуто в аксиоме IV).

Необходимо отметить, что в современной литературе о самоорганизации (см., например, фундаментальную книгу Г. Хакена [36]) утверждается, что количество информации в равновесной системе равно нулю. Это, конечно, ошибка. Можно принять такое приближенное условие, если считать равновесие "целью природы". Но это не так.

В открытой системе (при непрерывном подводе энергии или тепла) возможен рост энтропии, исключаяющий равенство, то есть $dS > 0$ до тех пор, пока подвод энергии, превышающий диссипацию, не будет прерван. Естественно, что рассматриваются релаксирующие системы. В специально сконструированной открытой системе при подводе энергии возможно условие $dS \geq 0$.

Подвод энергии выводит систему из равновесия. При отклонениях от равновесия система стремится вернуться к нему. Запоминание в процессе синтеза информации в этом случае обеспечивают критерии устойчивости вида 2 на рис. 1.3 в форме максимума энтропии и минимума производства энтропии:

$$d^2S < 0 \text{ и } d^2\dot{S} > 0. \quad (1.5)$$

Это классическая онсагеровская неравновесная термодинамика, а условие (1.5) есть принцип *минимума* производства энтропии Пригожина [36] – [39] для процессов, близких к равновесию.

Динамическое равновесие (как основа запоминания) есть отличительная особенность синтеза информации (3 на рис. 1.3) в системах, далёких от статического равновесия (статическое равновесие понимается как одновременно равновесие статистическое, для распределений).

Для них результат Глансдорфа и Пригожина [37] содержит условие устойчивости, записанное с помощью *возмущений* $\delta \dot{S}$ производства энтропии в данном неравновесном состоянии, то есть в виде условия:

$$d^2 S < 0 \quad \text{и} \quad d^2 (\delta \dot{S}) > 0. \quad (1.6)$$

Энтропия и её производство для близких к равновесию систем автоматически есть функции Ляпунова. Для далёких от равновесия систем устойчивость зависит от деталей кинетики процессов, а потому возмущения производства энтропии в (1.6) не всегда есть функции Ляпунова, так как синтез информации при условиях запоминания (1.6) есть процесс, зависящий от многих условий. Возникающие динамические объекты статически неравновесны.

Основополагающие работы в этой области [37] – [40]. Процессы 2, 3 на рис. 1.3 принято называть диссипативной самоорганизацией или самоорганизацией хаоса. Только издательство Шпрингер в серии "Синэргетика" выпустило более 60 книг по этим вопросам.

В природе часто встречается принципиально иной вид синтеза информации (отличающийся от заданного условиями 1, 2, 3 на рис. 1.3), при котором функция Ляпунова использует свободную энергию.

В результате такого синтеза информации также возникают статически равновесные объекты (например, кристаллы): случайные выборки разных "нумерованных" атомов образуют одинаковые структуры.

Свободная энергия есть термодинамический потенциал, у которого независимой переменной является температура. В зависимости от выбора независимых переменных для форм энергии, являющихся результатом работы сил X_i , обладающих потенциалом, свободная энергия имеет разные названия. Общепринятые среди них существуют для механической энергии как составляющей в термодинамическом потенциале.

Условия устойчивости в этом случае, записанные, например, с помощью свободной энтальпии, имеют вид:

$$dG = 0 \quad \text{и} \quad d^2 G > 0. \quad (1.7)$$

Синтезированная информация есть свойства кристалла как макроскопического объекта. Условия устойчивости в этом случае имеют вид 4 на рис. 1.3.

Информацию такого типа можно назвать семантической, так как она однозначно определена, например, свойствами атомов, образующих

кристалл. Синтез информации только выявляет ее из шумов. Обоснование строгого определения понятия сематическая информация в виде:

$$I = K \ln Z, \quad (1.8)$$

где Z – статистическая сумма. Связь I со свободной энергией будет рассмотрена в параграфе 8 этой главы.

Роль информации как физической переменной в том, что ее величина и изменения задают факт существования физических объектов и процессов.

Все процессы рис. 1.3 самопроизвольны, то есть связаны с ростом энтропии (или уменьшением энергии взаимодействия). Их главная общая особенность в том, что все они имеют "цель" в виде равновесия. Известный парадокс "тепловой смерти Вселенной" в том и состоит, что "целью" всего сущего оказывается вечное окончательное равновесие. Условия типа рис. 1.3 создают на этом пути то, что Пригожин [39] называл "возникающим". Всё в терминах Пригожина "возникающее", находится не дальше от равновесия, чем позволяют условия (1.6). Поэтому самые неравновесные из процессов, описываемых на основе критериев рис. 1.3 (а ими исчерпывается современный арсенал самоорганизации хаоса), не позволяют ответить на вопрос: почему "тепловая смерть" Вселенной не наступила задолго до появления Вселенной в её современном виде, а тем более жизни и разума в ней?

Если информация может возникать только в процессах возврата к равновесию, то не только жизнь и разум, но и все сущее есть только случайные флуктуации, так как в существующей науке нет способа описать возникновение новой информации в процессах ее роста, не ограниченных равновесием. А в том, что в природе многократно существуют в избытке локальные самые разнообразные равновесия, убеждать не надо.

Кроме того важнейший раздел современной науки – классическая механика – не имеет аксиоматической общности с термодинамикой. В ней отсутствует строгое определение энергии, включающее в себя уравнения состояния, общепринятые в остальной науке. Понятие – информация – в ней отсутствует. Везде в природе процессы или объекты возникают и существуют в результате изменений количеств информации, а в механике подобного нет.

6. Принцип максимума производства энтропии

При синтезе информации вида C на рис. 1.2, использующем для реализации запоминания условия устойчивости (1.4) – (1.7), в определении энтропии (1.1) задана конкретная физическая природа и величина

адиабатического инварианта K (как правило в виде постоянной Больцмана). Вопрос о том, почему её численная величина именно такая, исчерпывается ссылками на эксперимент.

В природе должен существовать самопроизвольный процесс синтеза информации о самих (конкретных по физической природе и численной величине) адиабатических инвариантах K для систем любого вида, в том числе и тепловых. Этот синтез информации должен предварять синтез информации на основе устойчивых состояний (1.4) – (1.7). Самопроизвольно – опять означает в направлении роста энтропии.

Необходимо найти устойчивый процесс, который обеспечивает запоминание в процессе синтеза информации о конкретных постоянных K . Функциями Ляпунова для него должны быть энтропия $S(K)$ и её производство $\dot{S}(K)$ в такой форме, когда их аргумент есть адиабатический инвариант K системы в роли переменной. Для исследования устойчивости необходимо проанализировать экстремумы энтропии и её производства.

Максимум энтропии $S(K)$ не может быть основой синтеза информации о величине K из-за второго начала термодинамики: максимум энтропии $S(K)$ в сочетании с максимумом энтропии (1.1) при заданном K есть вечное окончательное равновесие.

Процессы синтеза информации с запоминанием на основе критериев типа рис. 1.3 создают "тупики равновесия". Должен существовать такой процесс синтеза информации, который разрушает их. Это предложенный в [2] – [6] принцип максимума производства энтропии. Поясню.

Как отмечалось в начале главы, масштабы процессов от "элементарных частиц" до Вселенной в целом отличаются на 40 – 60 порядков величины. Детерминированная связь в таком диапазоне величин может быть основана только на переменной логарифмического характера.

Если множитель K принять в качестве переменной в определении энтропии типа (1.1), то мера информации об адиабатических инвариантах системы есть

$$S(K) = \chi \ln K, \quad (1.9)$$

то есть логарифмическая переменная, что соответствует сформулированному выше условию.

Синтез информации о величине K возможен, если $S(K)$ имеет экстремумы, то есть

$$dS(K)_j = 0, \quad (1.10)$$

и они устойчивы (индекс j обозначает условия, при которых определяется экстремум).

Если экстремум $S(K)$ есть минимум

$$d^2 S(K)_j > 0, \quad (1.11)$$

то такая точка статически неустойчива. Это гарантирует разрушение "тупиков равновесия", которые возникают на основе критериев запоминания рис. 1.3.

Согласно критериям устойчивости Ляпунова эта точка может стать устойчивой динамически, если в ней производство энтропии имеет максимум. То есть адиабатические инварианты в определении энтропии для реализуемых в природе процессов и объектов должны удовлетворять условиям:

$$d^2 S(K)_{|j} > 0 \text{ и } d^2 \dot{S}(K)_{|j} < 0. \quad (1.12)$$

Статически состояние минимума энтропии неустойчиво, то есть разрешает дальнейший рост энтропии (самопроизвольный процесс).

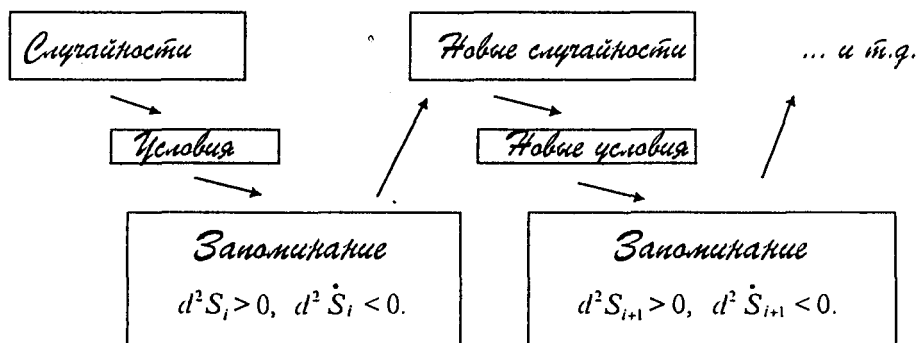


Рис. 1.4.

Если производство энтропии (при динамических процессах) в функции от K будет удовлетворять условиям (1.12), то в силу критериев Ляпунова состояние минимума энтропии станет динамически устойчивым. Запоминание случайного выбора по отношению к величине K станет возможным, поэтому возможен синтез информации о величине K . Синтез информации на основе (1.12) введен мною в [2] – [6] как принцип максимума производства энтропии.

Принцип максимума производства энтропии утверждает, что постоянная K в определении энтропии (1.1) формируется так, что гарантирует существование устойчивого по Ляпунову потока (в котором возмущения устойчиво нарастают). По определению, устойчивость этого потока означает, что его можно описать как последовательность стационарных состояний. Каждое из них должно локально подчиняться прин-

щпу *минимума* производства энтропии Пригожина или другим условиям самоорганизации рис. 1.3.

Это возможно потому, что условный экстремум (1.12) связан с *седловой* поверхностью: *максимум* производства энтропии для одной группы условий совместим с ее *минимумом* для другой (рис.1.5). Энтропия как функция $S(K)$ имеет минимум. Но в плоскости, которая проходит через седловую точку $K = const$, выполняются условия рис. 1.3, в частности, условие Пригожина максимума энтропии и минимума производства энтропии.

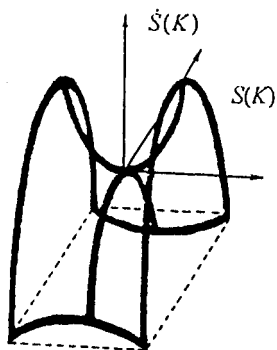


Рис. 1.5.

Введенный мною принцип *максимума производства* энтропии материализует смысл энтропии как способности к превращениям: формирование физических объектов и их взаимодействий происходит так, что гарантирует возможный в данных условиях максимум их способности к превращениям.

Принцип максимума производства энтропии-информации становится первичным, самым фундаментальным законом природы.

Этот принцип не надо путать с попытками Г. Циглера [41], использовать максимум производства энтропии в постановках задач,

обычно использующих критерии 2, 3 рис. 1.3. Понятно, что в однотипных задачах два противоположных критерия устойчивости противоречивы. В моей формулировке принцип максимума производства энтропии не относится к задачам рис. 1.3. Он решающий для определения адиабатического инварианта системы: постоянной K в определении энтропии.

7. Иерархия энтропий при синтезе информации

Аксиомы I - III определяют энтропию-информацию как иерархическую переменную, нуль отсчета которой должен определяться дополнительными условиями. Их задает принцип максимума производства энтропии.

Синтез информации содержит в себе запоминание результата. Поэтому он обязательно приводит к двум информационным (термодинамическим) подсистемам, у которых времена релаксации отличаются на много порядков величины. Долгоживущая подсистема есть запомненные объекты. Подсистема с малыми временами релаксации возникает при взаимодействии этих объектов между собой и с окружающей средой. Например, атомы и молекулы, образующие газ, и сам объем газа как физи-

ческий объект. Наиболее фундаментальной и долгоживущей является информация об адиабатических инвариантах системы.

Обозначу $S_{k,g}$ меру количества долговременно запомненной (синтезированной) информации при очередном k -том этапе ее синтеза. В частности, это информация об адиабатических инвариантах системы. Меру информации, синтезированной за счет процессов самоорганизации типа рис. 1.3, обозначу $S_{k,s}$. Тогда на k -том этапе синтеза информации ее количество есть:

$$S_k = S_{k,g} + S_{k,s}. \quad (1.13)$$

Энтропию-информацию, отвечающую n -ной ступени иерархии объектов и процессов, например, эволюции жизни, в силу аксиомы III можно записать [2] – [6] в виде ряда:

$$S_n = S_0 + S_{1|0} + \dots + S_{k|0,1,\dots,(k-1)} + \dots + S_{n|0,1,\dots,(n-1)}, \quad (1.14)$$

в котором каждый последующий член описывает энтропию-информацию при новых признаках и условиях по отношению к предыдущим членам ряда. Величина S_0 есть информация, принятая за начало отсчета для данной постановки задачи, например, семантическая информация образования нуклеотидов, аминокислот и других первичных соединений, которые характерны для возникновения и эволюции жизни на Земле.

Рис. 1.6.

Энтропия S_i при дополнительных условиях $(i-1)$ удовлетворяет соотношению:

$$S_{i|(i-1)} \leq S_i, \quad (1.15)$$

где знак равенства отвечает равновероятному случайному изменению условий во всем диапазоне их возможных значений.

В силу неравенства (1.15) члены ряда (1.14) убывают приближенно экспоненциально, так как условия на каждой новой ступени иерархии k относятся к признакам предыдущей $(k-1)$ ступени иерархии, то есть уменьшают количества информации пропорционально их предыдущему количеству (конкретно убывающая функция сложная, так как показатели экспоненты могут быть разными для разных интервалов ряда (1.14)). Убывает и разность $S_{k,g} - S_{(k-1),g}$.

Это исчерпывающе объясняет [2] – [6] парадокс кажущегося роста порядка (кажущегося уменьшения энтропии) по мере эволюции Вселенной и, в частности, при возникновении и эволюции жизни и разума.

Для каждой из задач человек наблюдает конкретные *последние* ступени иерархии роста энтропии-информации. *Внутри* этих ступеней изменения энтропии тем меньше, чем выше уровень иерархической ступени. Поэтому иерархический рост энтропии может восприниматься как ее наблюдаемое уменьшение.

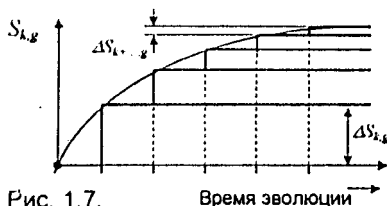


Рис. 1.7. Время эволюции

Это показано на рис. 1.7. По мере эволюции неживой, а потом живой природы энтропия только растёт. Каждый следующий иерархический шаг этого роста увеличивает суммарную энтропию. Но величина иерархической ступеньки экспоненциально уменьшается.

В частности, для живой природы “высота” иерархической ступени, которая ответственна за существование человека, ничтожна по отношению к “высоте” ступени, определяющей возникновение прокариотической или эукариотической клетки. Эта малость наблюдаемой нами “высоты” ступени нашего собственного существования и есть причина кажущегося уменьшения энтропии, увеличения порядка, которое мы связываем со своим собственным существованием. Это не так. Беспорядок, количества информации по мере эволюции природы растут.

Для каждой ступени иерархии k величина энтропии $S_{k,g}$ определяется на основе принципа максимума производства энтропии. Он задает адiabатический инвариант системы K_k для k -го уровня иерархии энтропии-информации (рис. 1.6).

В силу принципа максимума производства энтропии каждый иерархический шаг синтеза информации формирует $S_{k,g}$ так, чтобы скорость роста энтропии (возможная в конкретных условиях данной ступени иерархии) была максимальной. Например, в мире живого для системы в целом ее задает максимально возможная скорость возникновения новых элементов (скорость размножения). Для ряда (1.14) энтропия рассматривается по отношению к системе в целом, то есть пропорциональна числу элементов. Но энтропия в этом случае растет и для единицы объема системы, так как существуют ошибки (и подобные им случайные изменения элементов), которые могут нелинейно расти в функции числа элементов.

Для энтропии

$$S_{k,s} = K_k \ln \Omega_k = -K_k \ln \psi_k \quad (1.16)$$

адиабатический инвариант системы K_k и вид статистики Ω_k (или ψ_k) фиксированы данным уровнем иерархии энтропии $S_{k,g}$. Определяющими для $S_{k,g}$ являются процессы диссипативной самоорганизации.

Поэтому фундаментальное описание процессов природы нужно проводить в системе координат рис. 1.6, связывающей между собой информацию S , семантическую информацию I и информацию

$$J = \chi \ln K \quad (1.17)$$

о величине адиабатических инвариантов системы. Процессы в плоскостях $S_k - I_k$ подчиняются законам, свodka которых дана на рис. 1.3. Положение плоскостей $S_k - I_k$ на оси J (величину адиабатического инварианта K_k) определяет принцип *максимума* производства энтропии (1.12).

В определении информации о величине адиабатических инвариантов (1.17) содержится размерный множитель χ . Как будет ясно из главы III, в определении J и величины χ на фундаментальном уровне должна участвовать постоянная слабого взаимодействия.

Уровни иерархии k определяют как возникновение и эволюцию Вселенной, так и возникновение и эволюцию жизни и разума на Земле. Поэтому разум природы и разум человека имеют единую основу, единый способ взаимодействия с окружающей средой. Именно поэтому природа и воспринимается нами как разумная.

Отличие между разумом человека и разумом природы только в том, что *для человека запоминание эфемерно, а условия не имеют фундаментальных способов контроля*, так как процветание человека не есть цель природы. Ее "цели" исчерпываются вторым началом термодинамики, то есть стремлением к максимальному хаосу в пределах величин обобщенной энергии (в том числе – абстрактной) и условий, заданных на данном уровне иерархии роста количества информации – энтропии.

В Московском Государственном университете им. Ломоносова 10 октября 1995 г. И.Р. Пригожин читал лекцию "Время, хаос, законы природы". Из аудитории в связи с моими работами ему был задан вопрос: "Условия Ляпунова выполняются не только при *максимуме* энтропии и *минимуме* производства энтропии, но и при *минимуме* энтропии и *максимуме* производства энтропии. Возможны ли такие состояния в природе?" Его ответ – "Нет. При выходе из равновесия производство энтропии минимально. Другого вариационного принципа нет".

Пригожин ошибается. В его принципе минимума производства энтропии для систем, близких к равновесию, а также его развития для систем, далеких от равновесия (подчиняющихся условиям синтеза ин-

формации (1.4) – (1.7)), нет "возникающего" в том смысле, который Пригожин вложил в название своей книги "От существующего к возникающему" [40]. Всё возникающее у Пригожина, в конечном счёте, имеет цель в виде конкретного состояния равновесия. Она может быть далекой или близкой, но такая конкретная "цель" у него всегда существует. Если цель есть, то нет возникающего, так как цель существует раньше, чем путь к ней и возможные остановки на этом пути. Если цель есть, то "стрела времени" уже "воткнута" в эту цель. Но тогда она вовсе не "стрела".

Истинно новое возникает как результат, который разрушил равновесие. Новое, возникающее – это то, что преодолело тупик равновесия и открыло новые возможности роста энтропии-информации. Преодоление тупика равновесия описывает принцип *максимума* производства энтропии, то есть критерий устойчивости Ляпунова в виде *минимума энтропии и максимума ее производства*. Именно поэтому принцип *максимума производства энтропии* есть главный, первичный создающий закон Вселенной.

8. Нормировка энтропии и связь между энергией и информацией в системах из многих элементов

Пусть дана система из N элементов, заключенных в объём V , имеющая полную энергию U , и её фазовое пространство с числом измерений $2f$, где f – есть число степеней свободы элемента системы. Этим задано, что система рассматривается в μ -пространстве (в терминологии Эренфеста).

В современном развитии больцмановского формализма термодинамики принимается, что в μ -пространстве можно задать ячейку объёмом $\mathcal{G}$ и установить для её измерения минимальную дискретную единицу

$$\mathcal{G}_{min} = h^f, \quad (1.18)$$

где h – постоянная Планка с размерностью действия.

С учетом введенной в предыдущих параграфах иерархичности энтропии-информации ясно, что минимальная единица объёма в фазовом пространстве должна иметь универсальное выражение:

$$\mathcal{G}_{min} = K_k^f, \quad (1.19)$$

где K_k – адиабатические инварианты, имеющие размерность действия, и соответствующие разным уровням иерархии энтропии-информации.

Разобьём фазовое пространство на M ячеек. Их количество M конечно, но может быть очень большим числом. При применении метода

ячеек у Больцмана объём ячейки задан произвольно, но это ячейки именно в фазовом пространстве с размерностью элемента его площади [энергия · время], то есть, с размерностью *действия* в том виде, как оно определено в механике.

Каждому микросостоянию системы отвечают свои значения координат q_i и импульсов p_i составляющих его различных (допускающих нумерацию) элементов. Их можно отобразить в форме чисел заполнения ячеек фазового пространства $n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_M$ элементами системы, имеющими интервал взаимосвязанных значений координат и импульсов, отвечающий данной ячейки. Применяя методы комбинаторики к этим числам, можно искать соответствие макроскопических переменных, описывающих систему из многих элементов (например, газ), и микросостояниями, описываемыми распределениями элементов системы.

Числа заполнения ячеек фазового пространства должны удовлетворять очевидному нормировочному условию:

$$\sum_i n_i = N, \quad (1.20)$$

где N — общее число элементов системы.

Значению *действия* для i -той ячейки в фазовом пространстве должна отвечать величина энергии ε_i и должно выполняться нормировочное условие:

$$\sum_i^M n_i \varepsilon_i = U, \quad (1.21)$$

где U — полная энергия системы.

Неизменному состоянию системы отвечают разные распределения нумеруемых элементов системы по ячейкам фазового пространства. Одному и тому же микросостоянию газа отвечает число Ω разных распределений из N молекул по M ячейкам, которое общезвестным способом с использованием формулы Стирлинга может быть выражено формулой:

$$\ln \Omega = N \ln N - \sum_i^M n_i \ln n_i = S / K_k. \quad (1.22)$$

В частном случае системы в виде газа и $K = k_B$ — постоянной Больцмана это выражение станет больцмановским определением энтропии S единицы объёма газа, если определить то распределение чисел n_i по ячейкам, которое обеспечивает максимум энтропии S при заданных в задаче условиях.

Эта процедура называется нормировкой энтропии и состоит из решения вариационной задачи на отыскание максимума Ω при условиях, заданных (1.20) и (1.21). Общий метод решения таких задач основан на использовании неопределённых множителей Лагранжа. Он состоит в том, что для исследуемой на экстремум функции $\zeta(x_1, x_2, \dots, x_m)$ при условиях на неё $\xi_c(x_1, x_2, \dots, x_m)$, где $c=1, 2, \dots, l$, образуется новая функция:

$$\zeta^* = \zeta + \sum_{c=1}^l \lambda_c \xi_c, \quad (1.23)$$

которая исследуется на безусловный экстремум. В ней λ_c есть некоторые постоянные множители, которые относятся к системе в целом. Они могут выражаться размерными единицами.

В классическом бальмановском случае $l = 2$ (условий два — (1.20), (1.21)). Обозначают: $\lambda_1 = \alpha$, $\lambda_2 = \beta$. Тогда условие экстремума для уравнения (1.22) есть:

$$\delta \ln \Omega = - \sum_i \delta n_i (\ln n_i + \alpha + \beta \varepsilon_i). \quad (1.24)$$

Теперь числа n_i независимы, поэтому из предыдущего уравнения следует, что

$$\ln n_i = -\alpha - \beta \varepsilon_i, \quad (1.25)$$

$$n_i = e^{-\alpha} e^{-\beta \varepsilon_i}. \quad (1.26)$$

Если использовать (1.25) в (1.22) и условия нормировки (1.20) и (1.21), то следует:

$$S/k_B = \ln \Omega_{\max} = N \ln N + \alpha \sum_i n_i + \beta \sum_i n_i \varepsilon_i \quad (1.27)$$

или

$$\ln \Omega_{\max} = N \ln N + \alpha N + \beta U. \quad (1.28)$$

Множитель β относится к системе в целом, поэтому он находится не под знаком суммы.

В описанной выше классической постановке задачи о нормировке энтропии числа n_i безразмерны. В строгом виде это не так. Числа n_i не могут быть определены, если не задан объём ячейки фазового пространства. Поэтому в строгом виде числа n_i имеют размерность $[1/\mathcal{G}_{\min}]$. Формально, на вид условий (1.20) и (1.21) это не влияет, так как размерности правых и левых частей в них одинаковы и могут быть сокращены, что всегда и делается без дополнительных напоминаний. В случае условия (1.20) действительно что-либо оговаривать нет необходимости.

Но в условие (1.21) в правой части входит макроскопическая полная энергия. Она имеет смысл и в том случае, когда отнесена ко всему объёму фазового пространства, а энергия ячейки отнесена к единице объёма для n_i . При этом числа n_i становятся безразмерными без сокращения единицы объёма как множителя правой и левой части в (1.21).

Условие (1.21) было записано для размерной величины – энергии. Соотношение (1.27) безразмерно. Это возможно в двух случаях:

- если в (1.21) в правой и левой части размерный множитель $[1/\varrho_{min}]$ сокращён и размерность β есть обратная энергия;
- если в (1.21) в правой и левой части размерный множитель $[1/\varrho_{min}]$ сохранен и размерность β есть обратное время.

Кроме того здесь необходимо подчеркнуть ещё раз то, что неоднократно подчеркнуто в этой работе и присутствует во всех классических оригинальных работах об энтропии и во всех классических учебниках: максимальное значение – Ω_{max} – очень велико по сравнению с состояниями, которые отвечают ничтожно изменённым (по отношению к тем, которые соответствуют экстремуму) значениям n_i . Несмотря на беспорядочность и общеизвестность этого, высочайший детерминизм состояния Ω_{max} остаётся, к сожалению, непонятым очень многими.

Если число N элементов системы постоянно, а её энергия U – изменяется, то изменение энтропии с учетом (1.27) есть:

$$dS/k_B = Nd\alpha + Ud\beta + \beta dU. \quad (1.29)$$

На этой основе условие постоянства числа элементов системы создаёт ограничения величин α и β , имеющее вид:

$$N = \sum_i n_i = e^{-\alpha} \sum_i e^{-\beta \epsilon_i} = const. \quad (1.30)$$

Величина

$$Z = \sum_i e^{-\beta \epsilon_i} \quad (1.31)$$

известна как статистическая сумма для данной задачи.

Множитель Лагранжа α с помощью (1.30), (1.31) выражается как:

$$\alpha = \ln(Z/N). \quad (1.32)$$

С учетом (1.32), уравнение (1.28) принимает вид:

$$S = k_B \ln \Omega_{max} = Nk_B \ln Z + k_B \beta U. \quad (1.33)$$

Величина энергии есть

$$U = e^{-\alpha} \sum_i \varepsilon_i e^{-\beta \varepsilon_i} = -N \frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}, \quad (1.34)$$

а числа заполнения ячеек равны

$$n_i = e^{-\alpha} e^{-\beta \varepsilon_i} = -(N/\beta) \frac{\partial \ln Z}{\partial \varepsilon_i}. \quad (1.35)$$

Множитель Лагранжа β строго определяется из задачи на условный экстремум, но его физический смысл как обратной температуры устанавливается феноменологически – путём сопоставления с изохорическим процессом для идеального газа.

Для этого используется предположение о постоянстве объёма системы, входящее в постановку задачи о нормировке энтропии. Тогда логарифмическая производная от обеих частей (1.30) даст:

$$0 = -d\alpha - d\beta \frac{\sum_i \varepsilon_i e^{-\beta \varepsilon_i}}{\sum_i e^{-\beta \varepsilon_i}} = -d\alpha - d\beta \frac{U}{N}. \quad (1.36)$$

Использование этого в (1.29) приводит к выражению:

$$dS = k_B \beta dU. \quad (1.37)$$

Общезвестный результат применения второго начала термодинамики к изохорическому процессу есть соотношение:

$$dS = \frac{dQ_{rev}}{\theta} = \frac{dU}{\theta}. \quad (1.38)$$

Из сопоставления (1.37) и (1.38) следует, что множитель Лагранжа β с помощью температуры системы θ может быть записан в виде:

$$\beta = 1/k_B \theta. \quad (1.39)$$

В такой записи температура θ выражается в градусах Кельвина, хотя при желании постоянная Больцмана может быть включена в температуру так, что она получит размерность и единицу энергии:

$$\beta = 1/\tilde{\theta} = 1/k_B \theta. \quad (1.39a)$$

Нормировка энтропии устанавливает связь энергии системы U и величины энтропии S , отвечающей наиболее вероятному распределению, которое характеризует величина Ω_{max} . При этом, наряду с энтропией S , описываемой логарифмической функцией, появляется ещё одна характеристика распределения – статистическая сумма Z и её логарифм.

Из изложенного ясно, что связь энтропии S и статистической суммы Z устанавливает формула:

$$S = Nk_B \ln Z + U / \theta \quad (1.40)$$

или

$$S = Nk_B \frac{d}{d\theta} (\theta \ln Z). \quad (1.41)$$

Назову *семантической информацией* переменную

$$I_k = NK_k \ln Z \quad (1.42)$$

и, в частности, для тепловых процессов, то есть при $K_k = k_B$, переменную

$$I = Nk_B \ln Z \quad (1.43)$$

и покажу далее те её свойства, которые оправдывают такое название.

С учетом введенного выше понятия о семантической информации, *больцмановская нормировка энтропии устанавливает связь энтропии-информации, семантической информации и энергии.*

Энергия как термодинамический потенциал может иметь разные формы, взаимосвязанные преобразованиями Лежандра, а также зависящие от того, какие конкретно исходные формы энергии (механическая, электромагнитная, химическая) рассматриваются совместно с той формой энергии, которая зависит от количеств информации (энтропии) системы. В частности, для случая количеств информации и только механической энергии как составляющих в законе сохранения энергии выделенную роль в описании процессов природы имеет термодинамический потенциал — свободная энергия Гельмгольца:

$$F = U - \theta S \quad (1.44)$$

Продолжая пример изохорического процесса на основе (1.38) и (1.40), опуская промежуточные выкладки, можно проиллюстрировать фундаментальный смысл свободной энергии в терминах информации: статистическая сумма Z связана с величиной F свободной энергии системы соотношением:

$$F = -Nk_B \theta \ln Z = -\theta I. \quad (1.45)$$

Соответственно связь (1.41) приобретает вид:

$$S = \frac{d}{d\theta} (\theta I). \quad (1.46)$$

Соотношения (1.45) и (1.46) универсальны, в частности, в них в общем виде присутствует адиабатический инвариант K_k данного уровня иерархии энтропии-информации, а не обязательно постоянная k_B — Больцмана.

В общем виде в (1.45) необходимо учитывать существование разных форм энергии, которые характеризуют обобщённые координаты x_s и обобщённые силы X_s (как их называют в термодинамике — экстенсивные и интенсивные переменные). Например, для электрической энергии $x_E = D$, $X_E = E$ (индукции и напряжённости электрического поля соответственно). Для магнитной энергии $x_M = H$, $X_M = B$ (напряжённости и индукции магнитного поля). Химическая энергия зависит от количественных x_s и силовых переменных X_s в виде концентраций n_i и химических потенциалов μ_i конкретно для каждой i -той реакции и имеет вид $\sum \mu_i n_i$.

Изменения свободной энергии будут различны в зависимости от того, какие из переменных x_s и X_s выбраны в качестве независимых. Изменения свободной энергии в форме Гельмгольца характеризует выбор в качестве независимых переменных обобщённых координат (экстенсивных переменных):

$$dF = -Sd\theta - \sum_s X_s dx_s - \sum_i \mu_i dn_i. \quad (1.47)$$

Изменения свободной энергии могут быть записаны в форме Гиббса, когда независимые переменные — интенсивные.

$$dG = -Sd\theta + \sum_s x_s dX_s + \sum_i n_i d\mu_i, \quad (1.48)$$

а также в формах, когда переменные x_s и X_s используются в качестве независимых в смешанном виде.

В каждой паре интенсивная — экстенсивная переменная одна из них может быть выбрана как независимая, а вторая как сопряжённая. Переход от экстенсивной к интенсивной переменной в качестве независимой, и наоборот, связан с изменением знака.

Термин — свободная энергия — введен Гельмгольцем потому, что он описывает ту часть внутренней энергии системы, которая может быть полностью превращена во внешнюю работу в процессе с одинаковыми начальной и конечной температурами. Поэтому для введенного здесь определения семантической информации из (1.45) следует, что понятие семантической информации определяет ту часть микрораспределения состояний элементов системы, от которого зависят возможности совершения внешней работы системой или над системой.

Подведенное к системе тепло может быть с помощью интегрирующего множителя — температуры θ приведено к форме функции состояния — энергии θS , зависящей от температуры и количества информации

(распределений). Работа системы или над системой связана с распределением в виде статистической суммы как запомненного случайного выбора, то есть с информацией. Слово – семантическая подчеркивает для этой информации возможность прямого преобразования в работу.

Именно поэтому появление среди критериев синтеза информации рис. 1.3 таких, которые зависят от свободной энергии, закономерно: каждому из двух взаимосвязанных видов распределений соответствуют свои предельные случаи синтеза информации.

В вышеприведенных иллюстрациях нормировки энтропии использованы не интегралы, а суммы, так как больцмановские ячейки исходно дискретны. В адиабатических системах и процессах, несмотря на это, изменения энергии происходят строго непрерывно. Поэтому для них замена суммирования на интегрирование (с соответствующими осреднениями) требует только обычной математической корректности. В неадиабатических системах этого недостаточно. Нужно более строго определить, что такое больцмановская ячейка в шестимерном μ -пространстве и в $6N$ -мерном Γ -пространстве.

9. Взаимодействия энергии и информации в термодинамических циклах

Рассмотрю классический цикл Карно [42] в терминах взаимодействия энергии и информации.

Сад Карно построил свой цикл для ответа на вопрос – можно ли увеличить коэффициент полезного действия (к.п.д.) паровой машины путём замены в ней рабочего тела при преобразованиях тепла в работу? Его ответ отрицателен: цикл из двух адиабат и двух изотерм обладает максимальным к.п.д., который *не зависит от вида рабочего тела*.

Известно, что этот вопрос возник у Сади Карно, когда он случайно присутствовал в кабинете своего отца Лазаря Карно (геометра и генерала Французской революции) во время доклада изобретателя Неспье, который предлагал победить Англию с помощью тепловой машины для кораблей – пирозолофора, использующей воздух в качестве рабочего тела. Одна из основ работы Сади Карно есть опубликованные результаты его отца о максимуме механического к.п.д. машин. Его обеспечивает безударность взаимодействий в машине. Это та обратимость, которая есть ключевое предположение в классической термодинамике.

Цикл Карно изображён на рис. 1.8 в координатах энтропия-информация S , семантическая информация I , температура θ .

В изотермическом процессе $1 \Rightarrow 2$ при температуре θ_1 к системе подводится тепло Q_1 , в результате чего в системе изменяется энтропия:

$$\Delta S_{1 \Rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ_1}{\theta_1} \quad (1.49)$$

– количество информации как физической переменной. В изотермическом процессе при температуре θ_2 система отдаёт в окружающую среду количество тепла Q_2 . При этом её энтропия изменяется на величину $\Delta S_{3 \Rightarrow 4} = \Delta S_{1 \Rightarrow 2}$. В процессе $3 \Rightarrow 4$ совершается механическая работа, источником которой является изменение энтропии:

$$\Delta S_{3 \Rightarrow 4} = S_4 - S_3 = \int_3^4 \frac{PdV}{\theta_2}. \quad (1.50)$$

Энтропия есть функция состояния системы. Количества тепла – нет. Переход к функциям состояния обеспечивает интегрирующий множитель $1/\theta$. Плоскость $\theta \rightarrow S$ есть плоскость функций состояний системы. В каждой точке плоскости $\theta \rightarrow S$ энтропия есть максимум вероятности микросостояний системы. Поэтому в каждой точке этой плоскости нормировка энтропии в силу (1.29) – (1.45) устанавливает однозначное соответствие энтропии S и свободной энергии F . Нормировка энтропии позволяет выделить из распределения, характеристикой которого является энтропия, ту часть, которая зависит от сил, обладающих потенциа-

лом, например, в конкретном виде (1.40). Соотношение (1.45) задаёт связь свободной энергии F и семантической информации I . Плоскость $\theta \rightarrow I$ также есть плоскость функций состояний системы. Связь работы и изменения свободной энергии в процессе $3 \Rightarrow 4$ есть:

$$\int_3^4 PdV = F_4 - F_3. \quad (1.51)$$

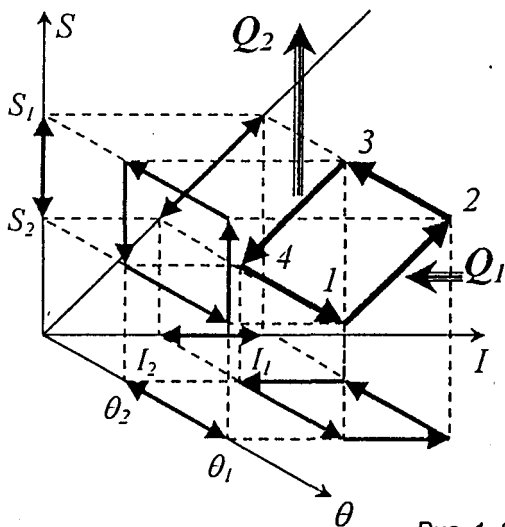


Рис. 1. 8.

ется энтропия, ту часть, которая зависит от сил, обладающих потенциалом, например, в конкретном виде (1.40). Соотношение (1.45) задаёт связь свободной энергии F и семантической информации I . Плоскость $\theta \rightarrow I$ также есть плоскость функций состояний системы. Связь работы и изменения свободной энергии в процессе $3 \Rightarrow 4$ есть:

В терминах семантической информации она имеет вид:

$$\int_3^4 \frac{PdV}{\theta_2} = I_4 - I_3. \quad (1.52)$$

В цикле Карно система получает извне тепло. Этим в систему вводится количество информации, величину которого можно определить, зная температуру. Результат работы тепловой машины, использующей цикл Карно, есть работа сил, обладающих потенциалом, в частности, механическая работа. К.п.д. цикла Карно не зависит от вида рабочего тела потому, что преобразуется в работу информация — изменяется характеристика функции распределения или в терминологии Больцмана функция числа возможных состояний элементов системы, а она для газов не зависит от их вида и внутренних свойств. *“Рабочее тело” в цикле Карно есть информация об элементах, образующих газ.* Как и полагается для рабочего тела, количества информации и семантической информации в нём в результате замкнутого цикла Карно не изменяются.

Однако общее количество энтропии в окружающей среде растёт. При сжигании топлива выделилось количество тепла Q_1 и продуктам сгорания сообщено количество информации $S_{пр.сж.} = Q_1/\theta_1$. До сжигания топлива в нём содержалась энтропия — количество информации $S_{мон}$. При сжигании топлива общее увеличение “энтропии Вселенной” есть $(S_{пр.сж./\theta_1} - S_{мон})$.

Допустим, что в идеальном цикле Карно рабочим телом является воздух при температуре θ_2 . Его нагрев продуктами сгорания происходит идеально. Объём газа, использованный в цикле Карно, до нагрева содержал количество информации $S = Q_2/\theta_2$. После завершения идеального цикла Карно информация (энтропия), сообщённая газу при нагреве, использована в процессе механической работы. Это “энтропию Вселенной” не изменило — рабочее тело возвращено в первоначальное состояние.

Нагрев газа происходил в идеальном теплообменнике, использующем принцип противотока. Поэтому продукты сгорания поступили в окружающую среду при температуре θ_2 . Их там до завершения цикла Карно не существовало. Они добавили в окружающую среду количество информации $(S_{пр.сж.} - S_{мон})$.

Изменение энтропии окружающей среды в результате цикла Карно происходит из-за необратимого потока тепла в окружающую среду. Количество переданной при этом в окружающую среду энтропии будут зависеть от вида топлива даже при осуществлении *идеального* цикла Карно, так как изменения энтропии в процессе сгорания топлива различны для разных его видов (или других способов получения тепла).

С учетом этой оговорки, сам цикл Карно в плоскости количеств информации $I \rightarrow S$ отображает отрезок C . Он принадлежит прямой:

$$\frac{\partial S}{\partial I} = 1. \quad (1.53)$$

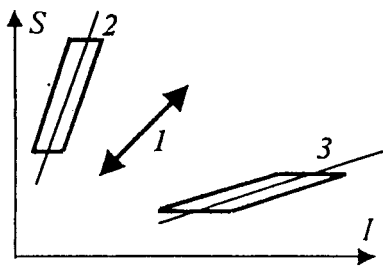


Рис.1.9.

Площадь идеального цикла Карно в проекции на плоскость $I \rightarrow S$ равна нулю (1 на рис. 1.9).

Эти две особенности цикла Карно отображают парадоксальный факт – процесс преобразования тепла в работу на основе идеального цикла Карно не меняет количеств информации в окружающей среде (но сопровождающий это тепловой поток энтропийно-информацию окружающей среды увеличивает).

Диссипативные циклические процессы характеризует существование для циклов осредняющей прямой, удовлетворяющей условию:

$$\frac{\partial S}{\partial I} > 1, \quad (1.54)$$

и конечная величина площади в проекции цикла на плоскость $I \rightarrow S$ (2 на рис. 1.9). Эта площадь содержит превышение производства энтропии над производством семантической информации (свободной энергии).

Если осредняющая прямая для цикла удовлетворяет условию

$$\frac{\partial S}{\partial I} < 1, \quad (1.55)$$

то в проекции площади цикла на плоскость $I \rightarrow S$ (3 на рис. 1.9) содержится превышение производства свободной энергии (семантической информации) над производством энтропии (информации). Результат таких циклов буду называть избыточным производством энергии.

А. Зоммерфельд в своём классическом учебнике термодинамики [31] подробно рассматривает работу Р. Эмдена и цитирует из неё: “В гигантской фабрике естественных процессов принцип энтропии занимает место директора, который предписывает вид и течение всех сделок. Закон сохранения энергии играет лишь роль бухгалтера, который приводит в равновесие дебет и кредит”. Как было показано выше, это полностью справедливо и для цикла Карно.

Человек в своей деятельности, в частности, при проектировании машин и механизмов использует те же законы, что и природа. Любое достижение человека связано с изменениями количеств информации.

Именно так “проектирует” природа свои “машины и механизмы”, используя самопроизвольные процессы роста количеств информации или уменьшения семантической информации. Идеальный цикл Карно сам по себе не изменяет количества информации в окружающей среде. Поэтому в природе точно он “спроектирован” быть не может – *точно* отвечающие ему природные процессы – невозможны.

Однако *неидеальные* преобразователи тепла в работу природа создать может. Причина в том, что они удовлетворяют условию (1.54), то есть их работа увеличивает энтропию окружающей среды. Это и есть то количество информации, которое делает реальным “проект” подобных “машин”, например, при грозе, для океанских течений, для климатических и погодных процессов. Широкий диапазон реализации подобных “машин” определен тем, что их работа не зависит напрямую от вида “рабочего тела”, хотя детали их “устройства” определяет именно оно. Например, процессы электризации при грозе.

В области (1.55) “машины” в природе используют преимущественно изменения свободной энергии, которые однозначно определяются конкретными тонкими деталями вызывающих их процессов и участвующих в этом объектов. Именно к этой области относится энергетика живых систем. Поэтому она уникальна – основана на физико-химических свойствах единственного вещества – АТФ. Малочисленные исключения из этого правила только подчеркивают его, так как ответственные за них вещества в тех реакциях, которые определяют энергетику жизни, аналогичны АТФ.

Производство энергии в циклах, в которых выполняется условие (1.55), как правило, требует таких процессов, для которых в правой части выражений для свободной энергии (1.47) или (1.48) существенно участвует более двух форм энергии. Ведь основной процесс производства энергии в этом случае вызван силами, обладающими потенциалом. Эффекты изменения количеств информации и температуры второстепенны. Но понятие – цикл требует для своей реализации не менее двух существенных в задаче форм энергии. Это общее требование для живых систем приводит к выбору в дополнение к химической энергии ещё конкретно энергии электрического поля в биомембранах.

10. Натуральная единица измерения температуры – обратное время

В параграфе 8 было пояснено, что определение размерности и единицы температуры принципиально содержит в себе произвол, вызванный тем, что обратная *температура есть интегрирующий множитель*

тель, то есть определена с точностью до произвольного множителя. Рассмотрю этот вопрос подробнее. Для этого вернусь к больцмановской задаче о нормировке энтропии и напомним три содержащиеся в ней парадокса, которые всем известны, описаны в учебниках и, тем не менее, остаются без должного внимания. Поясню их на основе того, что было рассказано о больцмановской нормировке энтропии.

Первый из этих парадоксов связан с размерами больцмановских ячеек в фазовом пространстве.

Для того, чтобы строить распределения, необходимы большие величины чисел n_i заполнения этих ячеек. При ячейках, равных единице (1.18) объёма фазового пространства, это не только не выполняется, но и вообще большинство ячеек оказывается пустыми. Для того, чтобы обойти эту трудность, вводят волевым образом “большую” ячейку фазового пространства и, несмотря на такой произвол, получают результаты.

Наука основана на методе моделей. Поэтому достоверность результатов, полученных на основе ошибочных аксиом, не исключена, если угаданы дополнительные волевые предположения. В статистической механике таким предположением является введение, вопреки (1.18), “большой” ячейки, включающей в себя огромное количество элементарных ячеек (1.18). Но если “большая” ячейка в строгом больцмановском формализме даёт достоверные результаты (а в этом нет ни малейших сомнений), то это означает, что ячейка (1.18) относится к другим задачам, а не к статистической механике молекулярных газов. Для газов “большая” ячейка должна существовать как строго введенный объект с фундаментально, из “первых принципов”, определённой величиной. Так её определяет условие (1.19). Это означает, что оно, а некорректная для газов модель (1.18), есть реальность.

Но именно это и есть основное утверждение, введенное в этой и предыдущих моих работах – постоянная Планка есть только один из возможных адиабатических инвариантов при определении понятия энтропии-информации.

С учетом этого утверждения минимальный объём в фазовом пространстве (1.18) есть один из конкретных видов однородного с (1.18), но более общего выражения (1.19). Наряду со случаем $K_k = h$, обязательно должен существовать случай, когда $K_k = k_B$ – постоянной Больцмана как адиабатическому инварианту молекулярных систем кинетической теории газов. Но она должна иметь натуральную размерность обязательно в единицах *действия*.

Уровень иерархии энтропии-информации, отвечающий тепловым процессам, более высокий, чем внутриатомный уровень, на котором используется постоянная Планка. Поэтому величина постоянной Больцма-

на в единицах действия, если найти способ определения её из “первых принципов”, должна быть намного больше постоянной Планка.

Строго заданная в единицах действия величина $\mathcal{G}_{min}$ дискретного объёма “большой” ячейка вносит в классическую механику те методические элементы квантовой механики, которые себя хорошо в ней зарекомендовали и которые не зависят от конкретного числа в правой части (1.19). Однако при этом числа заполнения ячеек фазового пространства, как и должно быть, становятся большими в строгом смысле и отпадает необходимость в волевых предпосылках.

Этим же устраняется и второй общеизвестный парадокс молекулярно-кинетической теории газов. В ней явно понимается и даже пишется в учебниках, что величину ячейки в фазовом пространстве должен определять размерный множитель в определении энтропии (1.1), и что в силу произвольности величины “большой” ячейки это не соблюдается. Соотношение (1.19) устраняет произвольность величины ячеек в фазовом пространстве для систем любых масштабов и тем самым однозначно устанавливается связь определения энтропии (1.1) и разбиения фазового пространства на больцмановские ячейки. Опять парадокс устранён на основе введения иерархических фундаментальных адиабатических инвариантов K_k .

Третий парадокс взаимосвязан с первыми двумя и относится к понятию о температуре.

Множитель Лагранжа β (как результат решения задачи о нормировке энтропии) получает единицу и размерность обратной температуры на основе феноменологического сопоставления с газовыми законами. При этом, хотя соотношение (1.39) получено на основе сугубо частного примера, оно используется как универсальное. Это возможно потому, что температура θ по определению есть *интегрирующий множитель*, то есть феноменологически всегда *определена с точностью до постоянного множителя*. Это особо подчеркивал Клаузиус в своей основополагающей работе “Механическая теория тепла” [11], которая впервые ввела в физику понятие об энтропии.

Поэтому, как было подробно пояснено выше, возможно выражение температуры в энергетических единицах: $\tilde{\theta} = k_B \theta$. Это произведение не изменяется, если согласованно вводить любой постоянный множитель в единицу температуры и обратный ему – в постоянную Больцмана.

В существующей термодинамике при выборе размерности и единицы измерения температуры остается произвол. Экспериментальные результаты не могут устранить этот произвол, так как измерения энтропии основаны на регистрации величин работы и энергии, в которые вхо-

диг всегда произведение $k_B\theta$, но постоянная Больцмана всегда может быть выбрана такой, которая необходима для произвольно заданных размерности и единицы температуры.

Больцмановская ячейка означает: молекула имеет заданное конкретное значение физической переменной механики — *действия*. Независимая переменная в задаче об определении максимума энтропии есть *действие* с размерностью [энергия · время]. Сокращение подобных членов в правой и левой части равенств (1.20), (1.21) формально их не меняет, но не исключает изменения при этом смысла этих равенств. В частности, именно такое сокращения в условии (1.21) становится причиной двойственности размерности температуры.

Натуральная (соответствующая принципам постановки задачи о нормировке энтропии) размерность неопределённого множителя — *температуры*, участвующий в определении максимума энтропии, *должен быть размерностью обратной единицы времени*.

В связи с изложенным в этой главе и методом ячеек Больцмана необходимо напомнить, что определение энтропии вида (1.1а) в оригинальной работе Гиббса [15] использует размерные вероятности, выраженные объемом в фазовом пространстве. Его единица у Гиббса отсутствует. Поэтому Гиббс отмечает, что изменение единицы времени в C_t раз, а единицы энергии в C_E раз (то есть единицы фазового объема в $C_t C_E$ раз) приводит к появлению в определении энтропии аддитивных членов:

$$f \ln C_t + f \ln C_E, \quad (1.56)$$

где f — число степеней свободы системы.

В современной физике гиббсовские вероятности, как и должно быть, безразмерные. Это возможно потому, что существует хотя бы одна фундаментальная единица измерения фазового объема вида (1.18), которая равна постоянной Планка h^f . Если отнести фазовый объем как переменную к этой единице, то в гиббсовском определении энтропии неопределённость вида (1.56) устраняется. Однако, если существуют адиабатические инварианты, которые отличны от постоянной Планка, то возникающее из-за этого аддитивное изменение энтропии на постоянную останется незамеченным, так как абсолютный нуль отсчета энтропии как иерархической переменной в существующих моделях не определён.

В основе науки лежит метод моделей. Для них исторически был более важен факт существования дискретной единицы объема в фазовом пространстве, чем его величина — важен факт квантования, а не конкретная величина кванта действия. Это вызывает парадоксы, но в моделях их всегда можно устранить вспомогательными методами.

11. Что значит получить информацию с помощью классических измерений?

Как было подробно рассмотрено выше, существует энтропия-информация S как физическая переменная. Существует модель природы, называемая макроскопической. В ней синтез информации содержит нормировку энтропии, производимую в фазовом μ -пространстве Эренфеста. Условия такой нормировки вводят семантическую информацию I и температуру системы θ . Свободная энергия F дополняет эти определения учетом сил, обладающих потенциалом.

Информация по определению должна быть тем, что позволяет выразить все остальные переменные задач. И, действительно, исходное *определение* фундаментальных физических переменных основано именно на таком понимании информации, хотя об этом явно не упоминается.

Например, когда термодинамический потенциал – свободная энергия – зависит только от количеств информации и механической работы $F = F(\theta, S, P, V)$, то *определения* сопряженных переменных есть:

$$S = - \left. \frac{\partial F}{\partial \theta} \right|_V \quad \text{и} \quad P = - \left. \frac{\partial F}{\partial V} \right|_\theta. \quad (1.57)$$

Преобразования Лежандра позволяют менять местами независимые и сопряженные переменные. В данном примере при переходе с их помощью к термодинамическому потенциалу $G = G(\theta, S, P, V)$ будет определена как сопряженная переменная величина V , то есть:

$$S = - \left. \frac{\partial G}{\partial \theta} \right|_P \quad \text{и} \quad V = \left. \frac{\partial G}{\partial P} \right|_\theta. \quad (1.58)$$

Аналогично в случаях, когда в задачах участвует большее количество форм энергии.

Энергия в термодинамических задачах определена как функция состояния системы, приращению которой есть полные дифференциалы. Это отображают известные в термодинамике соотношения Максвелла, требующие в данном примере, чтобы:

$$\left. \frac{\partial S}{\partial V} \right|_\theta = \left. \frac{\partial P}{\partial \theta} \right|_V = - \frac{\partial^2 F}{\partial V \partial \theta} \quad \text{или} \quad \left. \frac{\partial S}{\partial P} \right|_\theta = - \left. \frac{\partial V}{\partial \theta} \right|_P = - \frac{\partial^2 F}{\partial P \partial \theta}. \quad (1.59)$$

Соотношения Максвелла используются совместно с независимым условием связи между собой переменных задачи вида:

$$f(\theta, S, X_i, x_i) = 0. \quad (1.60)$$

Оно известно как уравнение состояния системы. Уравнение состояния для термодинамической системы должно быть определено независимыми методами. Это подчеркивалось в начале этой главы: методы термодинамики основаны на сохранении энергии и оперируют с функциями состояния системы.

Таким образом, независимым от термодинамики способом, в процессе нормировки энтропии определена информация о системе, процессе (объектах). Постулировано, что переменные есть функции состояния системы. Это тавтологично утверждению, что независимые переменные задачи должны быть взаимосвязаны между собой условием вида (1.60) – уравнением состояния. Соотношения Максвелла (1.59) позволяют проверить, что конкретный вид (1.60) гарантирует существование функций состояния. Тогда производные вида (1.57), (1.58) есть фундаментальные определения физических переменных.

Перечисленное выше есть строгая в пределах своих предпосылок, замкнутая модель. Определения типа (1.57), (1.58) являются в рамках такой модели определениями переменных физики.

Измерить физическую переменную – это значит *повторить её определение*, используя *кодировку*. Слово – кодировка в данном случае означает, что используется *произвольный* способ *преобразовать* [43] измеряемую переменную в такую *форму* (возможно неоднозначную), которая удобно *воспринимается органами чувств* человека.

Простейший пример преобразователя для измерения интенсивных переменных есть манометр. Давление преобразуется в силу, приложенную к некоторой реализации поршня в виде мембраны или трубки Бурдона. Наблюдается перемещение стрелки относительно шкалы.

В современной науке и технике преобразование завершается, как правило, цифровым кодом, который полностью абстрагирован от устройства преобразователя. Слово – кодировка – приобретает свой прямой утилитарный смысл. Способ *преобразования* как кодировка в этом случае спрятан в ящике покупного прибора. Многие исследователи, из тех, кто использует данный прибор, его просто не знают.

Измерение экстенсивных переменных всегда более сложное и абстрактное. Задумайтесь над, казалось бы, элементарным – измерением объема. Парадоксально (а может быть наоборот – закономерно) наиболее сложным и абстрактным является измерение самой меры количества информации – энтропии.

Должен подчеркнуть, что встречающееся во многих научных работах и учебниках утверждение о том, что энтропия есть только некая математическая конструкция, некорректно.

Например, в случае (1.4) энтропия определена через переданное системе тепло и её температуру. Но переданное тепло изменяет кинетическую энергию составляющих объект молекул. Этому в силу соотношения Эйнштейна между массой и энергией соответствует изменение массы объекта. Оно слишком мало для того, чтобы быть ощутимым человеком, но ведь оно реально существует! Температуру органы чувств человека воспринимают. Поэтому изменение энтропии объекта могло бы ощущаться человеком однородно с изменением, например, давления на руку. Количественное отличие, возникающее при этом, не может быть основанием для исключения энтропии из числа материальных, потенциально ощущаемых человеком физических переменных. Это же относится и ко всем тем случаям, когда энтропия определена как универсальная мера количества информации (1.1), а не только для тепловых процессов.

Теперь обратите внимание. Если равновесная система, процесс (объекты) определены как таковые своим *уравнением состояния* и для них известна *семантическая информация* и связанная с ней свободная энергия, а также *энтропия* как мера количества собственно *информации*, то *этим определены все физические переменные* объекта, содержащиеся в уравнении состояния. Информация как физическая переменная сохраняет интуитивный смысл понятия информации – определяет конкретно сведения об объектах.

Получить информацию о физическом объекте или природном процессе означает отобрать у объекта или процесса часть составляющей его информации и/или часть семантической информации, а тем самым и энергии – *изменить* в нём за счёт измерения количество информации и энергии. Объектами измерений могут быть как адиабатические, так и замкнутые системы. *Измерения* в таких системах *должны нарушать* статус, фундаментальные свойства этих систем.

Однако, если *уравнение состояния* вида (1.60) связывает между собой сами независимые переменные, а описывающие систему физические переменные определены *производными* вида (1.57), (1.58), то строго существует нулевой предел отбора от системы информации и энергии – в такой системе *строго* возможны не нарушающие её статуса измерения. Такой предел не соответствует реальности, но он задан данной моделью.

Существует информация и семантическая информация как физические переменные. Измерения имеют цель получить информацию о системе. Они реализуют это буквально, в соответствии со смыслом информации как физической переменной. Однако одна и та же информация, как было пояснено выше, может быть отображена разной *кодировкой*. Способы и результаты такой кодировки задаются моделью, включа-

ющей в себя особенности нормировки энтропии-информации, вид уравнения состояния и принципы определения производных.

Например, в модели с уравнением состояния (1.60) исторически эталонирование единиц измерения было задано сравнением с образцами. Это, кстати, строго соответствует принципам такой модели. В современных измерениях эталонирование единиц измерения вводится сравнением с функциями от мировых фундаментальных постоянных. В строгом виде это для модели с уравнением состояния (1.60) и определением нормировки энтропии-информации в μ -пространстве требует дополнительных предположений.

Изложенное выше относилось к равновесным системам. Но, как подчёркивалось в начале этой главы, первична информация именно о равновесных объектах. Неравновесность вводит дополнительно к ней определения информации типа 2, 3 на рис. 1.3 и потоков с описывающими их переменными. Измерения, как и в случаях равновесных систем, есть получение от системы информации как физической переменной и её кодировка с помощью преобразований. Но для неравновесных процессов при этом на первый план выходят изменения переменных, в частности, энтропии-информации.

Аксиоматически информация определена как запомненный случайный выбор. Мера информации есть неопределённость, устранённая этим выбором. Поэтому, если проводит эксперименты по одной из многих мысленных схем, например, производя последовательные деления пополам объема с единственной частице в нём так, чтобы локализовать её в результате только в одной из сопоставимых с ней по величине клеток этого объёма, то неопределённость будет устранена. Тот, кто загонял частицу в данную клетку фактически получит ту энтропию, тот беспорядок, от которого он частицу избавил. Однако таким способом определить и измерить информацию может только человек.

Понятие информация относится к системам из многих элементов или к системам, в которых по той или иной причине присутствуют вероятности. Ибо если их нет, то нет и самого понятия об информации — не из чего запоминать выбор.

Систему из многих элементов описывают макроскопические переменные — измеримый результат взаимодействия многих элементов системы с окружением. Поэтому информацию как физическую переменную должны определять её взаимоотношения с окружающей средой. В таком виде информация входит в определения макроскопических переменных в формах типа (1.57), (1.58).

Природе не нужно проводить реальные или мысленные эксперименты с локализацией частицы в клетке. Информация в ней работает как

измеримая физическая переменная. В такой роли информацию от других физических переменных отличает именно её свойство как таковой – возможность на её основе предсказать будущее в определённых пределах во времени и в пространстве. С *битами* или *натами*, определёнными человеком, природе делать нечего. Как будет показано в следующих главах этой книги, информацию как макроскопическую переменную определяют вариационные принципы. А они неустранимо связаны как с будущим, так и с прошлым.

Однако, проиллюстрированные примером (1.57), (1.58) определения физических переменных неконкретны. В них отражено их единственное свойство – они определяют функции состояния системы.

Конкретные свойства определения типа (1.57), (1.58) задают независимые уравнения состояния среды. С их помощью однозначно и конкретно специфично определены все переменные задачи. Поэтому процесс измерений для классической механики или термодинамики не может повлиять на их результат – для производных типа (1.57), (1.58) существует предел в точке, поэтому возмущения при измерениях могут быть всегда заданы в пределе нулевыми.

У элементов системы есть свойства при взаимодействии с окружением и самими собой. Свойства элементов системы заданы возможностью их движений и действием сил, обладающих потенциалом. Они определяют существование состояний – конкретных численных величин, характеризующих движение и потенциальные взаимодействия. Мера информации – энтропия есть число, переменная. Она определяет распределение элементов системы по их состояниям. Эти состояния обязательно содержат элемент случайности. Из скольких и каких случайностей произведен выбор или, в другой терминологии, какова вероятность состояния. Это характеризует энтропия как переменная, как величина, существующая независимо от человека в природе, измеримая им.

Отделить свойства элементов системы при движении и при потенциальных взаимодействиях с учётом случайности конкретных реализаций состояний – вот то главное, что начал Больцман и продолжил Гиббс.

Для природы количество информации в системе выражается материальными процессами, не зависящими от человека. Изменилось распределение вероятностей, изменилось число возможных состояний системы – за счёт этого может быть произведена механическая работы и многое другое осязаемое, конкретное. Природа может знать информацию о своих объектах только в таком виде. Человек может создать абстрактное описание этого. Это описание есть кодировка при измерениях физических переменных, в частности, информации-энтропии.

Для того, чтобы измерить информацию в газе или в любом другом физическом объекте, надо знать, в первую очередь, что объект существует, то есть знать *отличающий его комплекс свойств*. Их задают *уравнения состояния*. Когда объект этим определён измерения информации о нём (как физической переменной) *в пределе* проводится без всяких воздействий измерительного прибора на объект, так как уравнения типа (1.57), (1.58) подразумевают, что для входящих в них функций существует предел в точке. Уравнения типа (1.57), (1.58) по своему принципу есть результат осреднения процессов для многих элементов системы и для них существование предела в точке есть выражение возможности такого осреднения. Нет этого предела – нет этих объектов. Вместо них задача поставлена для других объектов, а потому требует своего определения понятия – объект, элемент системы.

Если человек измеряет информацию в *битах, натах*, то это его способ кодировки физической переменной. Природу этот способ не волнует. Но человек отображает процессы природы. Его кодировка оказалась удачной. Сочетание произвольности и закономерности при описании человеком распределений в природе отражает разный знак для меры информации в природе и при её описании человеком.

Для природы определяющее есть само число возможных состояний, сами вероятности состояний. Человек описывает это же в терминах устранённой неопределённости, то есть из какого числа возможных случайностей выбрана единственная, точно описанная ситуация. С обеих точек зрения число, описывающее количество информации – одинаково. Разницу в подходе человека и природы отражает разный знак, присваиваемый одному и тому же числу.

Абсолютизировать именно человеческий знак энтропии-информации, считать, что всегда нужно для её определения загонять элементы в клетки – это не физический подход.

Вопрос о квантовых ограничениях при измерениях в строгом виде должен рассматриваться в модели, для которой при нормировке энтропии использована фундаментально определённая индивидуально для каждого уровня иерархии энтропии-информации, конечная по величине ячейка объёма в фазовом пространстве, а определение производных учитывает конечность этого объёма.

Макроскопически индивидуальность свойств и состояний задают уравнения состояния. Определения переменных и их свойства быть функциями состояния задают определения типа (1.57), (1.58). Поэтому эти две группы определений (состояния – функции состояния) описываются независимыми друг от друга уравнениями.

Если для их определения надо загонять частицы в клетки или делать, что угодно, хоть мысленно реализуемое, то это отображает процессы природы двумя группами определений – уравнениями состояния и функциями состояний.

Что-либо может возникнуть в природе только тогда, когда произошли изменения количеств информации как физической переменной. Для природы возникновение жизни и человека первично есть абиогенный синтез класса молекул, допускающих новую ступень нерархического роста энтропии. В природе информация об этом выражается сугубо физической переменной – энтропией ДНК, но вычисленной не просто как химической молекулы.

Жизнь определяет информация-энтропия в ДНК как число возможных комбинаций химических реакций с её участием. Человек эти же количества информации может описывать кодировкой – информацией в терминах четырёхбуквенного кода, то есть абстрактной формулой (1.2) при основании логарифма 4 и множителе при энтропии-информации (1.3). Подробнее о возникновении и эволюции жизни, работы разума, социальных систем человека см. [2] – [6]. Этому же посвящены две последующие книги этого цикла.

Выводы

1. Понятие – информация – следствие аксиомы о существовании энтропии и её самопроизвольном росте, известной как второе начало термодинамики. Энтропия – мера информации – материальная физическая переменная в том смысле, в котором материальны все остальные физические переменные: измерима в экспериментах, может быть использована в математическом аппарате.

2. Основа детерминизма природы – случайности. В природе не существует количественно большего детерминизма, чем тот, который задают максимумы энтропии.

3. Информация в природе возникает путем процесса синтеза информации (универсального для неживых и живых объектов, а также их первых систем). Синтез информации основан на неизбежной *случайности* при реализации объектов и процессов, ограничивающих её *условиях* и *запоминании*, управляемом критериями устойчивости Ляпунова.

4. Равновесие не является и не может быть целью природы.

5. Информация имеет нерархический характер. Переход по ступеням иерархии связан с забыванием системой своего прошлого. Информа-

цию об объектах и процессах описывает иерархический ряд для энтропии-информации.

6. Переходом по ступеням иерархии в природе управляет *принцип максимума производства энтропии* (максимума способности к превращениям). Он связан с седловой поверхностью, одну из сечений которой отображает неустойчивость статического равновесия, а перпендикулярное – стабилизирующую роль растущих потоков. Это главный создающий принцип во Вселенной, который универсален как для неживой природы, так и для возникновения и эволюции жизни и разума.

7. Парадокс кажущегося уменьшения энтропии (например, при возникновении и эволюции жизни и разума во Вселенной) имеет причиной приближенно экспоненциальное уменьшение количества информации внутри каждой последующей иерархической ступени роста энтропии. Энтропия по мере эволюции Вселенной только растет, но наблюдаемыми нами являются преимущественно её последние иерархические ступени, малые количества информации в которых воспринимаются нами как рост порядка – кажущееся противоречие второму началу термодинамики.



Энергия в классической механике

В классической механике отсутствует строгое определение энергии, так как такого термина не было в период работы её творцов, в частности, Гамильтона и Якоби. Определение энергии должно включать в себя уравнение состояния. Таковым в классической механике для адиабатических систем (не обменивающихся информацией с окружением) является соотношение, эквивалентное принципу неопределённости Гейзенберга, как отображению невозможности вечного равновесия (второго начала термодинамики). Некорректное определение энергии, которое ввёл Пуанкаре в своей теории возмущений, есть причина трудностей в задачах интегрируемости уравнений Гамильтона.

1. Уравнение состояния — составляющая уравнений Гамильтона

Понятие энергии, обладающей свойствами потенциала, в механике вводится на основе функции Гамильтона H и, связанных с ней преобразованиями Лежандра, функций Лагранжа L или Рауса R .

Дан элемент системы, например, материальная точка классической механики. Её описывают координаты x_j . В конфигурационном пространстве $x_j = q_j$, в пространстве импульсов $x_j = p_j$. Индекс j определяется числом f степеней свободы системы, зависящим от числа f^* степеней свободы элементов системы и их количества N . Он изменяется для x_j , которые отвечают координатам q , в интервале

$$1 \leq j \leq f, \quad (2.1)$$

а для x_j , отвечающим координатам p , в интервале

$$(f+1) \leq j \leq 2f. \quad (2.2)$$

Например, для материальных точек классической механики $f^* = 3$ и при числе элементов N величина $f = 3N$.

В классической механике обобщенные координаты q_j и импульсы p_j есть *независимые* переменные.

Если существует функция состояния $H(q_j, p_j)$ такая, что выполняется связь между ней и независимыми координатами q_j и p_j вида:

$$\begin{cases} \dot{p}_j = -\frac{\partial H(q_j, p_j)}{\partial q_j}, \\ \dot{q}_j = \frac{\partial H(q_j, p_j)}{\partial p_j}, \end{cases} \quad (2.3)$$

то функция состояния $H(q_j, p_j)$ есть полная энергия системы (её гамильтониан), а уравнения Гамильтона (2.3) описывают детерминированные траектории элементов системы.

К сожалению основоположники современной механики У. Гамильтон и К. Якоби прожили мало – Якоби умер в возрасте 47 лет в 1851 г., Гамильтон чуть позже, в возрасте 60 лет в 1865 г. Немногие отдадут себе отчёт в том, что сам термин – энергия – В. Томсон ввёл в науку всего около 1850 г. В классической механике в том виде, в котором она была создана, термина энергия не было. Можно считать уравнения (2.3) аксиоматическим определением понятия – энергия в механике [5], [6].

Для системы дифференциальных уравнений обязательно должны выполняться условия её совместности. В данном случае они содержатся в предпосылках теорем существования и единственности решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Конкретно уравнения Гамильтона совместны при следующих предположениях:

2.1. Координаты в конфигурационном пространстве q_j , координаты в пространстве импульсов p_j и время t равноправны по отношению к обоим направлениям осей координат.

2.2. Функции, входящие в (2.3), непрерывны и ограничены в любой замкнутой области.

2.3. Существуют вторые производные вида:

$$\frac{\partial^2 H(q_j, p_j)}{\partial q_j \partial p_j}, \quad \frac{\partial^2 H(q_j, p_j)}{\partial q_j \partial q_i}, \quad \frac{\partial^2 H(q_j, p_j)}{\partial p_j \partial p_i}.$$

Они непрерывны и ограничены в любой замкнутой области. Дифференцирование в смешанных производных *перестановочно* по независимым переменным функции $H(q_j, p_j)$.

Уравнения Гамильтона (2.3) в условиях предположений 2.1 – 2.3 прямо или косвенно составляют основу механики, а потому и всей современной науки. Энергия в механике определена, если система уравнений Гамильтона (2.3) совместна, то есть интегрируемая.

Совместность системы уравнений Гамильтона и её интегрируемость в механике понимается более узко, чем для систем обыкновенных дифференциальных уравнений в математике. В механике для системы должны существовать $2f$ *первых* интегралов, то есть не только должны существовать кривые-траектории, являющиеся решением системы дифференциальных уравнений, но ещё функции – интегралы системы должны сохраняться постоянными вдоль траекторий-решений. Такое понимание интегрируемости есть следствие замкнутости рассматриваемых в механике систем и оно констатирует существование в замкнутых системах функций состояния систем и законов их сохранения. Изменения функций состояния системы описываются полными дифференциалами.

Неявная основа определения энергии в механике есть утверждение об интегрируемости уравнений Гамильтона (2.3) в смысле существования для них $2f$ *первых* интегралов. Для системы уравнений Гамильтона (2.3) существование интеграла энергии само по себе не гарантирует ни строгости определения на их основе понятия – энергия, ни интегрируемости системы (2.3) в терминах механики.

Понятие – энергия – вводится также в термодинамике. Фундаментальное отличие аксиоматической базы термодинамики от аксиом механики – в способе введения постулата о существовании энергии.

В первичных истоках этой области науки явно формулируется ключевой вопрос, которого нет в аксиоматической базе механики: *почему* изменения энергии есть полные дифференциалы? Этот вопрос лежит в основе классической работы Р. Клаузиуса "Механическая теория тепла" [11], в которой сформирована аксиоматическая база термодинамики.

Клаузиус рассматривает дифференциал работы dA как функцию (например, двух) независимых переменных x, y :

$$dA = X(x,y)dx + Y(x,y)dy \quad (2.4)$$

и ищет условия интегрируемости (2.4).

В общем случае при *независимых* координатах x, y существование функции состояния – энергии не гарантировано. Но можно найти такие *условия связи между независимыми переменными, которые приведут к существованию энергии как функции состояния*. Клаузиус рассматривает интегрируемость именно в смысле существования функций состояния и их изменений в виде полных дифференциалов.

Уравнения вида (2.4) известны как уравнения в полных дифференциалах. Для того, чтобы их левая часть являлась полным дифференциалом некоторой функции, которой в термодинамике, в частности, является энергия, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие, которое для этих задач впервые сформулировал Л. Эйлер:

$$\frac{\partial X(x,y)}{\partial y} \equiv \frac{\partial Y(x,y)}{\partial x}. \quad (2.5)$$

Клаузиус отмечает, что оно может как выполняться случайно (не конкретизируя причин), так и быть закономерным, если переменные в задаче не есть независимые, а ограничены наложенным на них дополнительным условием связи.

Результат Клаузиуса в терминах и обозначениях аналитической механики означает, что функция $H(q_j, p_j)$ *независимых* переменных не обязательно есть функция состояния. Она *становится* функцией состояния, если выполняются *совместно условия связи* между собой независимых переменных q_j и p_j типа

$$f(q_j, p_j) = 0. \quad (2.6)$$

В термодинамике связи (2.6) называются уравнениями состояния системы. В частности, из (2.5) в термодинамике следует, что функциями состояния могут быть только такие функции, например, $X(x,y)$ и $Y(x,y)$, для которых в силу конкретного вида условия (2.6) выполняется:

$$X(x,y) = \frac{\partial U(x,y)}{\partial x} \Big|_y, \quad Y(x,y) = \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} \Big|_x, \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial X(x,y)}{\partial y} \Big|_x = \frac{\partial Y(x,y)}{\partial x} \Big|_y = \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x \partial y}.$$

Условия типа (2.7) известны в термодинамике как соотношения Максвелла и широко применяются во всех задачах, связанных с уравнениями состояния [31]. В частности, их выполнение – обязательная составляющая определения энергии.

Энергия есть одно из наиболее фундаментальных понятий науки. Её определение должно быть однородным в разных областях науки. Поэтому и в механике уравнения состояния, удовлетворяющие соотношениям Максвелла, должны быть обязательной принадлежностью определения энергии. Однако уравнения состояния в механике в явном виде не упоминаются, чего быть не должно и не может.

Для системы уравнений Гамильтона (2.3) соотношения Максвелла можно получить её перекрестным дифференцированием по независимым

координатам q_j и p_j . В строгой постановке задачи система уравнений Гамильтона (2.3) совместна, если для неё выполняется условие типа соотношений Максвелла:

$$-\frac{\partial \dot{p}_j}{\partial p_j} = \frac{\partial \dot{q}_j}{\partial q_j} = \frac{\partial^2 H(q_j, p_j)}{\partial q_j \partial p_j} = \frac{\partial^2 H(q_j, p_j)}{\partial p_j \partial q_j}, \quad (2.8)$$

Условие (2.8) выполняется всегда, когда выполнены предположения 2.1 – 2.3, в частности, когда возможна перестановочность дифференцирования по координатам q_j и p_j , а координаты x_j и время t равноправно не имеют преимущественного направления (время обратимо).

Как подчеркивалось в главе I, *методы* термодинамики неустранимо связаны с законами сохранения и функциями состояния. О них эта наука как таковая. В термодинамике *независимо* от её методов заданы уравнения состояния типа (2.6). Соотношения Максвелла (2.8) есть проверочные условия того, что *независимые уравнения состояния* совместимы с существованием и методами функций состояния. Предположение о перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных входит в соотношения Максвелла как вспомогательная констатация использования методов функций состояния.

Механика шире термодинамики. Сохранение энергии не может быть её абсолютной безоговорочной предпосылкой (см. главу I). Хотя замкнутые системы и в ней играют большую роль, но без приближения в виде локально замкнутых систем она принципиально ограничена в своих возможностях по отношению к реальным задачам. Кроме того, в механике отсутствуют независимые конкретные уравнения состояния.

В классической механике конкретное условие, наложенное на вид функций состояния (которое проверяют соотношения Максвелла (2.7)), оказалось заменённым предпосылкой *a priori* о перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных, которая выполняется универсально – вне всякой зависимости от вида рассматриваемых форм энергии и характерных для них функций состояния.

Кроме того, оказывается, что конкретно обратимость времени в механике задаёт условие 2.3 перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных (подробнее см. параграф 3 этой главы). Поэтому замена уравнения состояния предположением о перестановочности дифференцирования 2.3 неустранимо вводит *обратимость времени* в уравнениях Гамильтона (2.3). В результате обратимость времени есть независимая аксиоматическая *предпосылка* при формулировке уравнений Гамильтона (2.3), а не результат их решений.

Однако хотя бы на интуитивном уровне бесспорно, что время t как фундаментальная переменная должно быть необратимым, а существ-

вование квантовых скачков требует осторожности при использовании предположений о перестановочности дифференцирования.

Потому в механике существует энергия $H(q_j, p_j)$, что координаты q_j и p_j *не являются независимыми*: должны существовать уравнения связи их между собой (уравнения состояния), удовлетворяющие условно (2.7). Для примера уравнений Гамильтона это условие есть (2.8) в вырожденной форме, не зависящее от конкретных особенностей входящих в него функций.

Если обратимости времени нет, то уравнения Гамильтона (2.3) в строгом понимании несовместны (не имеют $2f$ первых интегралов), так как при независимых координатах q_j и p_j в общем случае, без дополнительных предположений условие (2.8) может не выполняться (предпосылки 2.1 – 2.3 не являются бесспорными *a priori*).

Результатом этого являются противоречия как при решении конкретных задач, так и при обобщениях наблюдений. Например, поведение механических систем, описываемых уравнениями Гамильтона с использованием обратимого времени, считается классическим определением понятия – детерминизм. Синоним понятия детерминизм есть описание механической системы интегрируемыми уравнениями. Однако известная теорема Пуанкаре утверждает, что невозможно в общем случае найти явные выражения для координат и скоростей как функций времени. Литература об этом весьма обширна, в частности, см. [20], [44], [45].

Значительную часть механики составляет анализ конкретных условий интегрируемости её уравнений для систем, описываемых уравнениями Гамильтона (например, интегрируемость в смысле теории возмущений Пуанкаре). Но это анализ не исходных аксиом, а систем, описываемых с участием этих аксиом. Кроме того, в механике и в термодинамике вопросы, тождественные по своему существу, описываются разной терминологией. В термодинамике преимущественно исследуют функции состояния системы. В механике – существование $2f$ первых интегралов. Если к этому ещё добавить, что в математике интегрируемость систем дифференциальных уравнений – это только существование траектории, но не обязательно существование первых интегралов, и что всё это относится к “очевидным” предпосылкам, как правило, не упоминаемым явно, то ясно, что простор для путаницы остается.

В частности, у Клаузиуса (как и в учебниках по математике) в той или иной форме присутствует упоминание о возможности “случайного выполнения” условия (2.5). Проиллюстрирую что означает такая “случайность” для уравнений Гамильтона.

В области действия предположений 2.1 – 2.3 уравнения Гамильтона (2.3) работают. Уравнение состояния для них заменяет предполо-

жение о перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных. Поэтому уравнение состояния должно в них учитываться не только в виде общих формулировок предпосылок, но и в какой-то конкретной форме.

Действительно, из (2.8) при условиях 2.1 – 2.3 следует:

$$\frac{\partial \dot{p}_j}{\partial p_j} + \frac{\partial \dot{q}_j}{\partial q_j} \equiv 0. \quad (2.9)$$

Отсюда

$$\frac{d}{dt}(\partial q_j \partial p_j) = 0 \quad (2.10)$$

и соответственно

$$\partial q_j \partial p_j = \text{const}. \quad (2.11)$$

Результат (2.11) есть дифференциальный эквивалент уравнения состояния (2.6). Каких-либо конкретных указаний на возможную величину константы в правой части (2.11) в нём нет. В частности, она может быть равна нулю.

В цепочке (2.9) – (2.11) при использовании полных и частных производных опущены пояснения, основанные на предположениях 2.1 – 2.3. Они существенны, но рассмотрены в этой работе подробно далее. Важно подчеркнуть, что предпосылка о перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных приводит на основе самих уравнений Гамильтона к некоторому частному условию (2.11) связи между собой приращений переменных – к существованию сугубо модельного, частного уравнения состояния (2.11) при определении энергии в механике. Поэтому “случайное” выполнение (2.5) для уравнений в полных дифференциалах возможно за счёт постулата о перестановочности дифференцирования, то есть о выполнении, независимо от конкретных особенностей задач, соотношений Максвелла для уравнений Гамильтона.

В общем случае *уравнения состояния* при определении энергии являются *независимыми* уравнениями.

Если уравнение состояния не включено в систему (2.3), то уравнения Гамильтона могут быть совместны (иметь $2f$ первых интегралов) только в силу частных упрощающих предположений (что и было проиллюстрировано выше, когда эти предположения есть 2.1 – 2.3).

В физике известно как самостоятельная аксиома условие, которое похоже на (2.11). Это соотношение неопределённости Гейзенберга, в котором правая часть есть ненулевая фундаментальная постоянная:

$$\Delta q_j \Delta p_j \geq h \quad (2.12)$$

или в полном виде

$$\Delta q_1 \dots \Delta q_f \Delta p_1 \dots \Delta p_f \geq h^f, \quad (2.13)$$

где h – постоянная Планка. Почему в (2.12) и (2.13) в правой части стоит именно постоянная Планка известно только эмпирически.

В физике символы Δq_j и Δp_j означают среднеквадратические отклонения, то есть разброс величин q_j и p_j . Их квадраты – дисперсия возможных значений q_j и p_j . Смысл соотношения неопределённости в физике трактуется как невозможность стянуть совместное распределение вероятностей для q_j и p_j в момент времени $t > t_0$ в δ -функцию в точке (q_j, p_j) – если уменьшить разброс значений q_j , увеличится разброс значений p_j . В классической механике символов с таким смыслом не существует.

Естественно выразить условия (2.12) и (2.13) в классических символах механики, учитывая роль (см. главу I) постоянной Планка как одного из частных видов адиабатических инвариантов [5], [6]:

$$dq_j dp_j = K_k \quad (2.14)$$

или

$$dq_1 \dots dq_f dp_1 \dots dp_f = K_k^f, \quad (2.15)$$

где K_k есть адиабатический инвариант данной задачи, а необязательно только постоянная Планка (частный вид адиабатического инварианта).

Можно положить, что (2.15) есть строгая форма уравнения состояния при определении энергии в механике, так как условие (2.15):

- заменяет требование об априорной перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных в (2.8);
- эквивалентно по роли в процессах природы (2.6);
- независимо от уравнений Гамильтона (2.3) (так как из (2.15) невозможно получить, например, $const = h$);
- близко по форме и содержанию к одному из самых фундаментальных законов физики.

Соотношение (2.15) утверждает существование случая *конечного предела* при совместном уменьшении классических для математики малых приращений (может быть это даже следовало бы подчеркнуть стрелкой вместо равенства или другим символом для d). Уравнение состояния (2.15) не используется в классической механике. Оно в форме (2.13) считается отличительной особенностью квантовых процессов внутриатомных масштабов.

Выражение (2.14) имеет смысл элемента площади фазового пространства. Поэтому при неортогональной системе координат оно включает в себя синус угла между q и p . В общем случае объём в фазовом пространстве выражает якобиан преобразования, описывающего эволюцию механической системы. В строгом смысле, соотношение (2.14) имеет смысл кососимметрического произведения [20]. Но терминология симплектической геометрии здесь не используется, так как в её основах аксиоматически существенно заложена [20], [44], [45] обратимость времени и надо делать слишком много оговорок.

Соотношение неопределённости Гейзенберга в его классическом виде вводит вероятности в связь между собой импульсов и координат материальных точек. В отличие от этого неопределённость (2.15) вводит конечный сохраняющийся предел объёма в фазовом пространстве — неопределённости взаимно приращения координат и импульсов.

В механике уравнения Гамильтона как аксиоматическое определение энергии связывают между собой *изменения* переменных в том числе во времени. Отсюда дифференциальная форма уравнения состояния.

Подчеркну, что постоянная K_k есть адиабатический инвариант *заданной* системы. Поэтому она всегда по порядку величины сопоставима с остальными переменными данной задачи. Для планетной системы она своя по величине. Для атомных процессов она есть постоянная Планка. Для процессов в “элементарных частицах” она также имеет величину, отличную от постоянной Планка (см. далее параграф 5 главы III). Поэтому константа в правой части уравнения состояния всегда по численному порядку величины существенна в данной задаче.

Следует также отметить, что в физике (в термодинамике) уравнения состояния, необходимые для существования понятия об энергии, неоднозначны. Они зависят от выбора моделей — конкретных постановок задач. Например, модель с уравнением состояния идеального газа (см. также пояснения к аксиоме IV в главе I).

Аналогично и в механике: существование модели обратимого времени (2.11), для которой конкретные предположения 2.1 — 2.3 позволяют записать уравнения Гамильтона без использования (2.15), не противоречит возможности и общности для аналитической механики модели, в которой адиабатическое уравнение состояния задано в форме (2.15).

Одно из известных следствий соотношения неопределённости Гейзенберга, которое должно сохраняться и для его формы (2.15), состоит в том, что невозможно строгое равновесие математического маятника в нижней точке его траектории. Ведь строгое равновесие означает, что для груза маятника одновременно точно заданы координаты q_j и импульсы p_j . Но это противоречит конкретной форме уравнения состояния (2.15).

Из этого примера виден фундаментальный смысл уравнения состояния (2.15) среди законов природы: *существование энергии есть следствие второго начала термодинамики (невозможности вечного равновесия), то есть следствие необратимости процессов природы.*

Поэтому в основе классической механики в той форме её модели, когда аксиоматически принимается первичной обратимость времени, содержится фундаментальное парадоксальное противоречие: обязательно должны существовать такие задачи и такие решения уравнений Гамильтона, для которых модель обратимого времени недостаточна, то есть их решения в рамках модели обратимого времени будут несовместимы с обязательным для них строгим условием (2.15) интегрируемости уравнений Гамильтона (2.3) (существования энергии).

Это реально и очень существенно проявляется в современной механике в виде сложности аппарата, основанного на теории возмущений Пуанкаре, и проблемы малых знаменателей, связанной с ней [20], [46].

Кстати, Якоби (см. "Приложения" Л. Полака в [12]) критиковал Гамильтона за то, что тот не доказал совместности своих уравнений. В общем случае Гамильтон так и не смог это сделать. Для частного случая задач в центральном поле у него доказательство совместности (2.3) есть.

К сожалению, остается непонятым, казалось бы, очевидное. Задачи в центральном поле связаны с вращением, в частности, с интегралом $p_j = \text{const}$. Как хорошо известно и описано во всех учебниках, такой интеграл существует в том случае, когда координата q_j не входит в энергию системы (энергия зависит только от $\dot{q}_j$). Но именно это и есть строгая форма утверждения о неопределённости координаты q_j в таких задачах. Несомненно, что Гамильтон гораздо глубже понимал свои уравнения, чем наши современники, для которых их совместность в общем случае кажется непогрешимой.

Конкретный вид системы уравнений Гамильтона (2.3), не содержащий уравнения состояния, есть частная модель. Поэтому система (2.3), которая интегрируема (совместна) в терминах математики (определяет траекторию), может быть неинтегрируемой (несовместной) в терминах механики (не иметь $2f$ первых интегралов). В частности, существование для системы (2.3) интеграла энергии ещё не означает, что она интегрируемая в терминах механики — будет иметь $2f$ первых интегралов. При некорректном определении энергии интеграл энергии может существовать, но система останется неинтегрируемой в терминах механики.

В механике, к сожалению, отсутствует строгое определение понятий об энергии и времени. Используются на интуитивном уровне ещё ньютоновские определения исходных понятий механики. Поэтому пос-

тановка в механике задачи об обратимом и необратимом времени в строгом математическом виде единственно возможна в такой форме: пусть энергия в механике определена на основе соотношения неопределённости в терминах механики (2.15). Что из этого строго следует? Какие следствия и возможности создает введение в механику уравнения состояния (2.15) для уточнения аксиоматического определения понятия — время?

Аксиомы не могут быть доказаны. Поэтому последовательно буду проверять справедливость введенных в этой работе изменений аксиоматики механики. В частности, вклад в задачи механики введенных с помощью (2.15) изменений аксиоматики при определении энергии и новые возможности, которые они создают.

Первый из возникающих при этом вопросов — противоречие между необходимостью использовать в классической механике соотношение неопределённости (как условие существования энергии) в форме (2.15) и неопределённостью в этом случае классических механических траекторий.

Сначала покажу, что сосуществование соотношения неопределённости в форме (2.15) с ролью и результатами классической механики (самой фундаментальной области науки) возможно потому, что есть классы задач, в которых при условиях 2.1 – 2.3 известные строгие классические решения не зависят от конкретного вида (2.15) уравнения состояния при определении энергии. Также покажу, что это вытекает из основ строгого математического аппарата классической механики. Рассмотрю это подробнее.

2. Когда аналитическая механика дает строгие результаты без явного учета уравнения состояния

Преобразования Лежандра позволяют представить энергию в механике как функцию от разных переменных.

Энергия в форме функции Лагранжа есть $L = L(q_j, \dot{q}_j, t)$. Функция Лагранжа L связана с функцией Гамильтона H соотношением:

$$H(q_j, p_j, t) = \sum_j p_j \dot{q}_j - L(q_j, \dot{q}_j, t). \quad (2.16)$$

Энергия в механике может быть представлена ещё в одной форме — в виде функции Рауса R .

Для определения функции Рауса координаты разбивают на две группы.

Первая содержит $(f-r)$ координат и описывается лагранжевыми переменными – обобщенными координатами и обобщенными скоростями:

$$q_1, q_2, \dots, q_{f-r}; \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_{f-r}. \quad (2.17)$$

Вторая описывается гамильтоновыми переменными – обобщенными координатами и обобщенными импульсами:

$$q_{f-r+1}, q_{f-r+2}, \dots, q_f; p_{f-r+1}, p_{f-r+2}, \dots, p_f. \quad (2.18)$$

Функция Рауса

$$R(q_1, q_2, \dots, q_f; \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_{f-r}; p_{f-r+1}, p_{f-r+2}, \dots, p_f; t) \quad (2.19)$$

определена на основе преобразования Лежандра, использующего энергию в форме функции Лагранжа как:

$$R = \sum_{j=f-r+1}^f p_j \dot{q}_j - L(q_1, \dots, q_f; \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_f; t) \quad (2.20)$$

или равноправно с использованием энергии в форме функции Гамильтона:

$$R = H(q_1, \dots, q_f; p_1, \dots, p_f; t) - \sum_{j=1}^{f-r} p_j \dot{q}_j. \quad (2.21)$$

Для степеней свободы $j = 1, 2, \dots, f-r$ справедливы уравнения:

$$\dot{p}_j = -\frac{\partial R}{\partial q_j}, \quad p_j = -\frac{\partial R}{\partial \dot{q}_j}, \quad (2.22)$$

которые при $L = -R$ относятся к уравнениям типа Лагранжа.

Условие существования энергии на основе (2.4) для них есть

$$\frac{\partial \dot{p}_j}{\partial \dot{q}_j} = \frac{\partial p_j}{\partial q_j}. \quad (2.23)$$

Это условие выполняется без явного учета уравнения состояния (2.15), но для уравнения типа Лагранжа переменные есть q_j и $\dot{q}_j$, то есть координаты, зависимость между которыми сильнее, чем заданная (2.15) – среди координат (2.17) независимые есть только q_f .

Для степеней свободы (2.17) существует классический детерминизм и классические траектории. Важно подчеркнуть, что постановки задач, которые исчерпываются степенями свободы (2.17), есть классическая механика в ньютоновском смысле, хотя её аппарат в этой форме

гораздо более совершенен. Такие задачи не содержат парадоксов, связанных с некорректным определением энергии в механике.

Для степеней свободы (2.18) при $j = f - r + 1, f - r + 2, \dots, f$ справедливы уравнения

$$\dot{p}_j = -\frac{\partial R}{\partial q_j}, \quad \dot{q}_j = \frac{\partial R}{\partial p_j}, \quad (2.24)$$

которые при $H = R$ есть уравнения типа Гамильтона (2.3).

Среди координат (2.18) обычно считают независимыми как q_j , так и p_j . Однако это не так. Для координат (2.18) энергия строго определена в случае, если координаты q_j и p_j зависимы между собой – они связаны между собой явным условием (2.15) в виде соотношения неопределённости (уравнения состояния). В этом случае независимой переменной является элемент площади в фазовом пространстве (2.15) с размерностью действия. Уравнение состояния может иметь неявную форму (2.11). Тогда координаты q_j и p_j кажущимся образом независимы.

Для степеней свободы (2.18) существуют интегралы $p_j = \text{const}$, в которых соответствующие им q_j не входят в выражение для энергии, то есть неопределённые (энергия зависит только от $\dot{q}_j$). Раус называл такие координаты циклическими, так как ясно, что они возникают в задачах о вращении. Если подставить эти координаты в (2.20), то задача сведется к уравнениям типа Лагранжа – к классическому детерминизму. Это частный вид задач, в которых энергия строго определена без явного упоминания уравнения состояния (2.15), хотя оно в них присутствует и строго выполнено в форме частного случая точно заданного импульса и неопределённости угловой координаты.

Иначе говоря, если в данной задаче для координат (2.18) существует интеграл $p_j = \text{const}$, то в этой задаче есть координаты (2.17), по отношению к которым энергия строго определена кажущимся образом независимо от уравнения состояния (2.15).

Канонические преобразования гарантируют представление задач в такой форме, когда явно выделены степени свободы (обобщённые координаты), для которых $p_j = \text{const}$.

Поэтому парадоксы в классической механике следует ждать именно в задачах с циклическими координатами (что и наблюдается).

В классической механике существует еще один важный класс задач, в котором при описании механической системы (в строгой постановке) предпосылки 2.1 – 2.3 исключают из рассмотрения уравнение состояния (2.15). Это скобки Пуассона и их связь с вопросом об обратимости времени в механике.

3. Эквивалентность в механике перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных и обратимости времени

В предыдущих параграфах перестановочность дифференцирования во вторых смешанных производных связывалась с обратимостью времени в задачах механики. Рассмотрим конкретные строгие причины этой взаимосвязи.

Пусть дана система обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{dx_1}{X_1} = \dots = \frac{dx_{2f}}{X_{2f}}, \quad (2.25)$$

где $X_1, \dots, X_{2f}$ — это данные функции переменных $x_1, \dots, x_{2f}$ (см. обозначения индексов (2.1), (2.2)). Например это может быть система канонических уравнений, включающая в себя время:

$$\frac{dq_1}{\partial H / \partial p_1} = \dots = \frac{dq_f}{\partial H / \partial p_f} = \frac{dp_1}{-(\partial H / \partial q_1)} = \dots = \frac{dp_f}{-(\partial H / \partial q_f)} = \frac{dt}{1}. \quad (2.26)$$

Интегралом системы (2.25) по определению первого интеграла будет всякая функция F от $x_1, \dots, x_{2f}$, для которой выполняется:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x_1} dx_1 + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_{2f}} dx_{2f} = \sum_{j=1}^{2f} \frac{\partial F}{\partial x_j} dx_j = 0. \quad (2.27)$$

Например функция F будет интегралом системы (2.25), если выполняется условие:

$$X_1 \frac{\partial F}{\partial x_1} + \dots + X_{2f} \frac{\partial F}{\partial x_{2f}} = \sum_{j=1}^{2f} X_j \frac{\partial F}{\partial x_j} = 0. \quad (2.28)$$

Это отличает определение интегрируемости в механике. Соответственно в механике должны быть отличия в определении производной.

Действительно, производная в фазовом пространстве определена в функции от переменной в виде элемента площади фазового пространства (инварианта канонических преобразований). Такая производная есть скобки Пуассона, имеющие вид:

$$\{F_1 F_2\} = \sum_{j=1}^f \left(\frac{\partial F_1}{\partial q_j} \frac{\partial F_2}{\partial p_j} - \frac{\partial F_1}{\partial p_j} \frac{\partial F_2}{\partial q_j} \right) = \sum_{j=1}^f \frac{\partial(F_1 F_2)}{\partial(q_j p_j)}. \quad (2.29)$$

Определение скобок Пуассона основано на нижеследующей лемме [21].

Если задана произвольная функция F , зависящая от $2f$ переменных $x_1, \dots, x_j, \dots, x_{2f}$, то над ней можно формально произвести операцию, обозначенную $A(F)$, вида:

$$A(F) = \sum_{j=1}^{2f} A_j \frac{\partial F}{\partial x_j}, \quad (2.30)$$

где коэффициенты $A_1, \dots, A_{2f}$ являются произвольными функциями переменных $x_1, \dots, x_{2f}$.

Пусть $B(F)$ обозначает такую же, как и (2.30) операцию над F , но с другими коэффициентами:

$$B(F) = \sum_{j=1}^{2f} B_j \frac{\partial F}{\partial x_j}, \quad (2.31)$$

где B_j — некоторые другие функции тех же $2f$ аргументов. Из структуры (2.30) и (2.31) ясно, что одним из частных видов таких операций могут быть выражения вида левой части (2.28). Смысл выражений (2.30), (2.31) есть производные по направлению в векторном поле.

Далее проводят операцию, соответствующую символу $A(F)$, над выражением (2.31):

$$A[B(F)] = \sum_{j=1}^{2f} A_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sum_{i=1}^{2f} B_i \frac{\partial F}{\partial x_i} \right) = \sum_{j=1}^{2f} \sum_{i=1}^{2f} A_j B_i \frac{\partial^2 F}{\partial x_j \partial x_i} + \sum_{j=1}^{2f} \sum_{i=1}^{2f} A_j \frac{\partial B_i}{\partial x_j} \frac{\partial F}{\partial x_i}. \quad (2.32)$$

И наоборот:

$$B[A(F)] = \sum_{i=1}^{2f} B_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\sum_{j=1}^{2f} A_j \frac{\partial F}{\partial x_j} \right) = \sum_{j=1}^{2f} \sum_{i=1}^{2f} A_j B_i \frac{\partial^2 F}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{j=1}^{2f} \sum_{i=1}^{2f} B_i \frac{\partial A_j}{\partial x_i} \frac{\partial F}{\partial x_j}. \quad (2.33)$$

Можно образовать разность (2.32) и (2.33):

$$A[B(F)] - B[A(F)]. \quad (2.34)$$

Свойства этой разности принципиально различны для случаев выполнения уравнений состояния в форме (2.11) и (2.15).

В классической механике действуют предположения 2.1 — 2.3, в частности, справедлива перестановочность дифференцирования в смешанных производных:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x_j \partial x_i} = \frac{\partial^2 F}{\partial x_i \partial x_j}. \quad (2.35)$$

В этом случае из (2.32), (2.33) следует, что *при условии* (2.35) *разность* (2.34) *полностью независима от вторых смешанных производных функции* F . Это свойство разности (2.34) и есть результат леммы, которая предваряет определение скобок Пуассона в учебниках классической механики.

Свойства скобок Пуассона аналогичны свойствам производных в математике, поэтому скобки Пуассона и есть производная в фазовом пространстве.

В частности, выполняется:

$$\{F, p_j\} = -\frac{\partial F}{\partial q_j} \quad \text{и} \quad \{F, q_j\} = \frac{\partial F}{\partial p_j}. \quad (2.36)$$

Свойства скобок Пуассона включают в себя тождество Якоби, которое формулируется следующим образом.

Даны функции F_1, F_2, F_3 переменных $q_1, q_2, \dots, q_f, p_1, p_2, \dots, p_f$. Из них можно образовать скобки Пуассона в следующих комбинациях:

$$\Phi_1 = \{F_1 F_2\}, \quad \Phi_2 = \{F_2 F_3\}, \quad \Phi_3 = \{F_3 F_1\}. \quad (2.37)$$

Если образовать новые скобки Пуассона вида: $\{F_3 \Phi_1\}, \{F_1 \Phi_2\}, \{F_2 \Phi_3\}$, то для них в классической механике выполняется тождество:

$$\{F_3 \Phi_1\} + \{F_1 \Phi_2\} + \{F_2 \Phi_3\} = 0, \quad (2.38)$$

которое после подстановки в (2.38) выражений (2.37) принимает вид:

$$\{F_3 \{F_1 F_2\}\} + \{F_1 \{F_2 F_3\}\} + \{F_2 \{F_3 F_1\}\} = 0. \quad (2.39)$$

По определению скобок Пуассона в их конкретном виде (2.29), каждый член в (2.39) есть производная от какой-либо из функций F_1, F_2, F_3 , умноженная на некоторый коэффициент, например, это производные от F_3 , которые появляются в выражении:

$$\{F_1 \{F_2 F_3\}\} + \{F_2 \{F_3 F_1\}\}. \quad (2.40)$$

Так как из (2.29) скобки Пуассона определены как производная по элементу объема фазового пространства (который согласно (2.15) строго определен как независимая переменная), то равенства:

$$\{F_1 F_2\} = -\{F_2 F_1\}, \quad \{F_1 F_1\} = 0, \quad \{F_1, -F_2\} = -\{F_1 F_2\} \quad (2.41)$$

есть составляющие этого определения.

Используя (2.41) можно записать (2.40) в виде:

$$\{F_1 \{F_2 F_3\}\} - \{F_2 \{F_1 F_3\}\}. \quad (2.42)$$

Для использования в (2.42) сформулированной выше леммы представим в (2.40) процесс составления скобок Пуассона как операцию, например, над некоторой функцией F в виде $\{F_1 F\}$, что соответствует в

обозначениях леммы $A(F)$. Тогда $\{F_2 F\}$ соответствует $B(F)$. Из этого видно, что в (2.42) в точности выполняется утверждение для (2.34) леммы о независимости результата от вторых смешанных производных. Этим тождество Якоби (2.39), как это делается во всех учебниках, доказано. Главным условием в этом доказательстве является *перестановочность дифференцирования*.

В фазовом пространстве на уровне иерархии k время t_k является параметрической переменной. Поэтому структура фазового пространства должна отражаться в результатах переходов в функции времени.

Если в фазовом пространстве задана функция $F = F(p_{j,k}, q_{j,k}, t_k)$ координат $q_{j,k}$, импульсов $p_{j,k}$ и времени t_k , то полная производная по времени от неё определена в виде:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \sum_j \left(\frac{\partial F}{\partial q_j} \dot{q}_j + \frac{\partial F}{\partial p_j} \dot{p}_j \right). \quad (2.43)$$

Конкретные особенности времени t_k , как переменной, и его участие в процессах, происходящих в фазовом пространстве, отображает второй член в (2.43). Индекс k введен выше для того, чтобы напомнить об универсальной роли результатов классической механики на всех уровнях иерархии адиабатических инвариантов, но в (2.43) и далее он опускается, так как рассматриваются плоскости заданного k -го уровня иерархии в (1.14), то есть заданной величины K_k в (2.15)).

Если функция F в (2.43) есть один из интегралов уравнений Гамильтона и во второе слагаемое (2.43) подставлены уравнения Гамильтона в их классическом виде (2.3), то второе слагаемое в (2.43) примет вид:

$$\{HF\} = \sum_j \left(\frac{\partial H}{\partial p_j} \frac{\partial F}{\partial q_j} - \frac{\partial H}{\partial q_j} \frac{\partial F}{\partial p_j} \right), \quad (2.44)$$

который есть скобки Пуассона от функций H и F , где H – гамильтониан системы.

Если функция F есть один из интегралов уравнений Гамильтона, то по определению первого интеграла вдоль траектории $dF/dt = 0$ и выполняется условие:

$$\{HF\} + \frac{\partial F}{\partial t} = 0. \quad (2.45)$$

Если интеграл движения F не зависит явно от времени, то его скобки Пуассона, например, $\{HF\} = 0$. В этом случае:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t}. \quad (2.46)$$

Если скобки Пуассона функций F_1 и F_2 равны нулю, то эти функции называются находящимися в инволюции.

Условия вида (2.45), записанные по отношению к произвольным функциям, по определению первых интегралов есть система уравнений, эквивалентная уравнениям Гамильтона при описании движения материальных точек механики.

Скобки Пуассона – аддитивная составляющая, которая отличает полную производную по времени от частной производной. Поэтому *смысл тождества Якоби (2.39) состоит в том, что в классической механике полная производная по времени в фазовом пространстве равна нулю по любому замкнутому пути. Но именно это есть строгий вид утверждения об обратимости времени.*

Однако нужно подчеркнуть, что *лемма, на которой основано доказательство тождества Якоби, справедлива только при условии 2.3 перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных.*

Таким образом, доказательство моего утверждения в первом параграфе этой главы о том, что система уравнений Гамильтона (2.3) замкнутая и совместная только в условиях обратимости времени, содержится в фундаментальных, более чем столетней давности основах механики.

Современные формулировки гамильтоновой механики [20], [44], [45] в прямой явной форме (см., например, [44] стр. 19) используют в качестве первичной аксиоматики тождество Якоби (2.39) и свойства скобок Пуассона (2.41). Поэтому *все теоремы и утверждения современной механики об интегрируемости уравнений Гамильтона есть утверждения в пределах предпосылок модели механики, в которой время обратимо.*

Аксиоматическое предположение, в силу которого в классической механике (несмотря на то, что уравнение состояния (2.15) задаёт дискретную единицу объёма фазового пространства) работает модель строгой непрерывности заключается в утверждении о перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных.

Тождество Якоби утверждает, что в механике предположение о перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных эквивалентно утверждению об обратимости времени.

В силу соотношений (2.8), обязательных при корректном определении энергии, предположение о перестановочности или о неперестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных конкретно связывает совместность уравнений Гамильтона с обратимостью или необратимостью времени (что было подчеркнуто в первом параграфе этой главы).

При *неперестановочности* дифференцирования во вторых смешанных производных тождество Якоби не выполняется. Время в такой механике необратимо. Обратимость времени есть предпосылка, тождественно эквивалентная отказу от учета действия второго начала термодинамики. *Выполнение тождества Якоби исключает второе начало термодинамики из числа законов классической механики.*

Если в аксиоматические предпосылки классической механики введено уравнение состояния в форме (2.15), то этим вводится конечно раз-

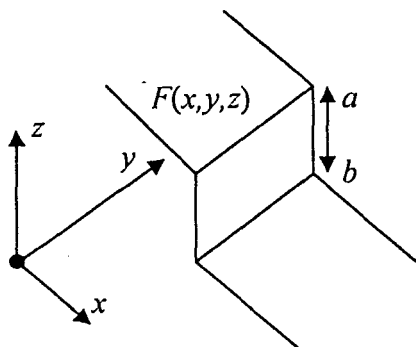


Рис. 2.1.

рывная структура фазового пространства. При существовании разрывов перестановка в смешанных производных порядка дифференцирования по независимым переменным изменяет результат. Поясню это рисунком (рис. 2.1).

Дана поверхность $F(x, y, z)$ с конечным разрывом вдоль оси x и одинаковой производной вдоль оси y по обе стороны разрыва. Если функцию $F(x, y, z)$ сначала дифференцировать вдоль оси y , то результат будет описывать непрерывная функция от (x, y, z) . Получившаяся производная $\partial F(x, y, z) / \partial y$ как объект для дифференцирования вдоль оси x будет непрерывной функцией. Разрыв ab в результатах дифференцирования по x содержаться не будет. Если порядок дифференцирования изменить, то разрыв ab войдет в результат: равенство (2.35) невозможно.

Действует условие:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x_j \partial x_i} \neq \frac{\partial^2 F}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (2.47)$$

которого в классической механике нет.

4. Канонические преобразования как способ описания движения, совместимый с соотношением неопределённости

Как отмечалось в первом параграфе этой главы, для уравнений Гамильтона существует предельный случай, когда вдоль траектории Π в (2.15) строго выполняется:

$$dp_j = 0. \quad (2.48)$$

Он соответствует первому интегралу

$$p_j = \text{const.} \quad (2.49)$$

Тогда существуют решения системы уравнений Гамильтона для q_j вида:

$$q_j(t) = q_j(t_0) + C_j(t - t_0), \quad (2.50)$$

где

$$C_j = \frac{\partial H}{\partial p_j} = \text{const} = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_j). \quad (2.51)$$

Иначе говоря, при существовании интеграла (2.49) взаимность уравнений Гамильтона исчерпывается заданием на основе первого из них величины константы во втором.

Интеграл (2.49) и решение (2.50), (2.51) относятся к классической механике, в которой связь между независимыми переменными q_j и p_j , необходимая для существования понятия — энергия, задана в силу предпосылок 2.1 — 2.3 самими уравнениями Гамильтона, а уравнение состояния имеет форму (2.11). В частности, с нулевой константой в правой части. Для этой задачи в этом конкретном случае уравнение состояния (2.11) есть неопределенность вида:

$$dq_j dp_j \sim \infty \cdot 0 \rightarrow 0. \quad (2.52)$$

Энергия в этой задаче $H = H(p_j)$, то есть полностью не зависит от q_j , а в силу модельного уравнения состояния (2.11) при конкретном условии (2.49) энергия существует при любых q_j и dq_j , в частности, участвующих в решении (2.50). В такой частной модели парадоксальным образом именно неопределенность q_j и dq_j позволяет строго оперировать ими как точно заданными одновременно с импульсами системы p_j независимыми переменными — в силу конкретного вида предела (2.52) неопределенность выродилась в совместное согласованное изменение координат и импульсов, которые заданы одновременно и точно. Кроме того, в случае (2.52) нет ограничений на малость приращений, входящих в эту неопределенность.

Уравнение состояния в строгом виде (2.15) обязательно в механике, независимо от того, знали это или нет её творцы. Поэтому в общем случае в основах механики должен существовать формально-математический аппарат, который учитывает требования соотношения неопределенности¹ (2.15) и устанавливает формы и границы операций с координатами

¹ Повторю, что, как и везде в этой книге, термин — соотношение неопределенности понимается в широком смысле (2.15), то есть с адиабатическим инвариантом в правой части, который сопоставим с масштабами величины данной задачи (не обязательно равным постоянной Планка).

тами q_j и импульсами p_j материальной точки, сохраняя за символами dq_j и dp_j их обычный для математики смысл, несмотря на дискретность фазового пространства, которую задаёт уравнение состояния (2.15). Этот аппарат есть касательные преобразования С. Ли и их частный вид, сохраняющий неизменной форму уравнений Гамильтона (2.3), — канонические преобразования. Движение описывается в терминах преобразований на основе сохраняющихся величин — инвариантов преобразований.

Рассмотрю это подробнее, используя для иллюстрации наглядный двумерный пример.

Пусть задано пространство $\mathbf{P}$ и в нём точки на кривой A с координатами q и p , определяющими *положения и направления*. Вводят пространство $\mathbf{P}'$ и преобразование в него точек пространства $\mathbf{P}$, инвариантом которого является функция S координат в пространствах $\mathbf{P}$ и $\mathbf{P}'$ (производящая функция). В рассматриваемом двумерном случае производящая функция S есть:

$$S = S(q, p; q', p') = \text{const}, \quad (2.53)$$

где штрихами обозначены новые координаты, а константа имеет конкретную фиксированную величину C . Касательное преобразование переводит *точки* A_m с координатами q_m, p_m (положениями и направлениями) кривой A в пространстве $\mathbf{P}$ в *кривые* B_m пространства $\mathbf{P}'$. Кривой A , проходящей через точки A_m в пространстве $\mathbf{P}$, будет соответствовать *огнибающая* D кривых B_m в пространстве $\mathbf{P}'$. Для рассматриваемого двумерного примера это изображено на (рис. 2.2).

При касательном преобразовании точек q, p и $q + dq, p + dp$ пространства $\mathbf{P}$ в пространство $\mathbf{P}'$ этим точкам отвечают кривые, имеющие уравнения:

$$S(q, p; q', p') = C \quad (2.54)$$

и

$$S(q + dq, p + dp; q', p') = C. \quad (2.55)$$

Тогда можно записать, пренебрегая малыми высшего порядка:

$$S(q + dq, p + dp; q', p') = S(q, p; q', p') + (\partial S / \partial q) dq + (\partial S / \partial p) dp = C. \quad (2.56)$$

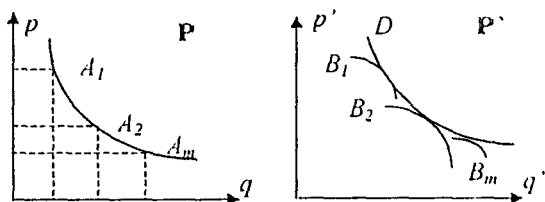


Рис. 2.2.

Используя время как параметрическую переменную механики, можно представить $dq = \dot{q}dt$ и $dp = \dot{p}dt$, в которых отношение $\dot{p}/\dot{q}$ задаёт направление. Точку q', p' , соответствующую точке q, p , определяет система уравнений:

$$S(q, p; q', p') = C, \quad \dot{q} \frac{\partial S}{\partial q} + \dot{p} \frac{\partial S}{\partial p} = 0. \quad (2.57)$$

Направление огибающей в точке q', p' даст уравнение для дифференциалов по штрихованным аргументам, полученное из первого уравнения (2.57):

$$\frac{\partial S}{\partial q'} dq' + \frac{\partial S}{\partial p'} dp' = 0. \quad (2.58)$$

или

$$\frac{\partial S}{\partial q'} \dot{q}' + \frac{\partial S}{\partial p'} \dot{p}' = 0, \quad (2.59)$$

где $dq' = \dot{q}'dt$ и $dp' = \dot{p}'dt$. Этим определена симметрия преобразований по отношению к обеим плоскостям.

С точки зрения классической ньютоновской механики уравнения Гамильтона есть формальный математический результат, придающий другую форму известному, описываемому уравнениями Лагранжа. Одна-

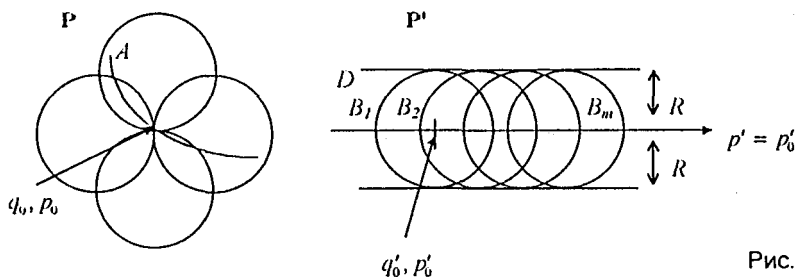


Рис. 2.3.

ко уравнения Гамильтона и уравнения Лагранжа адекватны разным классам задач, граница между которыми была определена в параграфе 2.

Аналогичное относится и к касательным преобразованиям Ли. Опять, казалось бы, они есть только другой формальный приём описания известного. Но содержащееся в них преобразование положений и направлений, а не координат точки; соответствие точки и кривой, вместо соответствия точки точке; примат идеи первых интегралов (функций состояния) в виде инварианта преобразований — всё это принципиально новое, а не чисто формальный приём.

В физике (в термодинамике) идея функций состояния (интегрируемости) привела к уравнениям состояния. В механике аналогичная ей идея первых интегралов, опять-таки, привела к уравнениям состояния, но в другой, неявной форме.

Это становится более понятным на основе продолжения двумерной иллюстрации. Рассмотрим частный случай касательного преобразования, заданного конкретной производящей функцией:

$$S = (q - q')^2 + (p - p')^2 = C = R^2. \quad (2.60)$$

В этом примере (рис. 2.3) точке q_0, p_0 в пространстве P будет соответствовать окружность радиуса R с центром в q'_0, p'_0 в пространстве P' . Перемещению этой точки по кривой A в пространстве P будут соответствовать прямые-огигающие $p' = p'_0 \pm R$ окружностей радиуса R с центрами на прямой $p' = p'_0$ в пространстве P' . При обратном преобразовании перемещению точки по окружности в пространстве P' с центром в точке q'_0, p'_0 будут соответствовать окружности, имеющие, в частности, общую точку-огигающую q_0, p_0 в пространстве P .

Для конкретного касательного преобразования, заданного производящей функцией (2.60), выполняется:

$$\partial S / \partial q = 2(q - q'); \quad \partial S / \partial p = 2(p - p'), \quad (2.61)$$

а для обратного преобразования:

$$\partial S / \partial q' = -2(q - q'); \quad \partial S / \partial p' = -2(p - p'). \quad (2.62)$$

Поэтому в рассматриваемом примере:

$$\frac{\partial S / \partial q}{\partial S / \partial p} \cdot \frac{\partial S / \partial p'}{\partial S / \partial q'} = 1 \quad (2.63)$$

и соответственно

$$\frac{\partial S / \partial q}{\partial S / \partial p} \cdot \frac{\partial S / \partial p'}{\partial S / \partial q'} = \frac{dp}{dq} \cdot \frac{dq'}{dp'} = 1. \quad (2.64)$$

Из (2.64) следует, что выполняется условие:

$$\frac{dp}{dq} = \frac{dp'}{dq'}, \quad (2.65)$$

от которого происходит название – касательное преобразование (преобразование, сохраняющее направление касательных).

Рассматриваемый двумерный пример и свойство (2.65) общеизвестны (этот пример обычно приводят как пояснение связи принципа Гюйгенса с оптико-механической аналогией Гамильтона).

Известно, что при применении касательных преобразований в механике (в их частном виде канонических преобразований) физический смысл производящей функции S есть действие. Конкретный вид (2.60) функции S в рассматриваемом примере относится именно к каноническим преобразованиям. Канонические преобразования сохраняют форму уравнений Гамильтона, если q, p и q', p' рассматриваются как переменные в этих уравнениях. Действие S есть инвариант канонического преобразования.

Канонические преобразования устанавливают связь касательных преобразований с задачами механики. Поэтому их анализ должен включать в себя анализ корректности использования в них аксиоматического определения энергии.

В строгом виде (как было подчеркнуто выше) определение энергии в механике требует учёта уравнения состояния в форме (2.15). Конкретно в данном примере оно должно иметь вид:

$$dqdp = K_k. \quad (2.66)$$

Так как каноническое преобразование имеет инвариантом действие S , а уравнение состояния (2.15) определяет фундаментальную единицу измерения действия — также величину, сохраняющуюся после преобразования, то должно выполняться условие:

$$dq'dp' = K_k. \quad (2.67)$$

Из (2.66) и (2.67) получается:

$$\frac{dq}{dq'} = \frac{dp}{dp'}. \quad (2.68)$$

Отсюда следует, что касательные преобразования строго совместимы с уравнением состояния (2.15).

Рассмотренный пример, позволяет наглядно пояснить как именно проявляется неопределённость принципа неопределённости Гейзенберга, когда он вводится в этой работе в виде уравнения состояния (2.15).

Адиабатическое уравнение состояния (2.15) определяет, что действие в механике имеет минимальную дискретную единицу. Это не противоречит принципам и аппарату канонических преобразований.

Движение материальной точки механики можно описать как последовательность канонических преобразований. Точке сопоставляется кривая, и наоборот. Дискретный конечный инвариант преобразований гарантирует при этом взаимнооднозначную связь областей фазового пространства как описание движения материальной точки. Элемент траектории механической системы задаёт не математическая точка, а конеч-

ная область, удовлетворяющая условию (2.15) существования энергии как функции состояния. В пределах выполнения этого условия конкретные координаты в конфигурационном пространстве и импульсы могут быть произвольны. Поэтому *модель*, в которой точно задаются начальные координаты и импульсы точки в определённых условиях не противоречит неопределённости (2.15).

Заданной точке q_0, p_0 соответствует множество возможных точек — кривая. Но эта кривая не есть траектория движения точки. Эта кривая отображает потенциально возможную (совместимую с существованием энергии) неопределённость координат и импульсов точек, составляющих траекторию. Траекторией станет огибающая многих последовательных кривых.

Механика связывает между собой силы и ускорения, то есть вторые производные. Поэтому важнейшая особенность механики в том, что начальные положения и скорости могут быть выбраны произвольно. Возможность однозначного задания начальных условий есть важнейшая особенность механики. Касательные преобразования показывают — обязательность выполнения в общем случае (2.15) совместима с заданием начальных условий в виде конкретных величин q_0, p_0 . В рассмотренном выше примере на рис. 2.3 это точка q_0, p_0 в пространстве P как одна из двух огибающих многих окружностей, заданных окружностью V_m в пространстве P' .

Однако точность существования q_0, p_0 эфемерна — при обратном преобразовании из пространства P' в пространство P существует в пространстве P вторая огибающая в виде окружности (на рис. 2.3 не показана), и множество точек внутри неё. В любой момент времени $t > t_0$ траекторию определяет взаимосвязь областей в пространствах P и P' . Поэтому эфемерная возможностью точно задать q_0, p_0 сосуществует с неопределённостью при описании детерминированных механических траекторий как эволюции областей. Детерминизм отображает связь в фазовом пространстве конечных областей с сохраняющимся объёмом и автоматизм поправки на некорректность точного указания q_0, p_0 .

Строгая формулировка механики осуществлена в Γ -пространстве. В его координатах записано и (2.15). Однако в частных случаях механические задачи можно формулировать в μ -пространстве. В такой постановке задачи нет координат, использованных в (2.15). Это неизбежно вводит осреднение переменных при переходе от Γ -пространства к μ -пространству. Отсюда символ физиков Δ , имеющий смысл, отмеченный в (2.12), (2.13) параграфа 1 этой главы. Символ физиков Δ , содержит в себе меньше ограничительных условий, чем (2.15). Соотношение неоп-

ределённости конкретно взаимосвязанных переменных внутри инвариантной области заменяется вероятностным соотношением. Но дальше психологически естественно символ Δ возвращают в Γ -пространство. В результате, в каких-то задачах он работает так же, как и (2.15). Но неизбежно возникают такие задачи, в которых он вызывает парадоксы, трактуемые как индетерминизм природы.

Неопределённость в (2.15) заключается в том, что в пределах конечной области *не существуют* раздельно приращения dq_j и dp_j . Неопределённость в (2.13) в том, что потенциально *точно существующие* координаты и их приращения распределены случайным образом.

В модели механики с обратимым временем в силу уравнения состояния (2.11) существует нулевой предел для объёма в фазовом пространстве – в пределе вторая огибающая-окружность может быть стянута приближенно в точку. Поэтому выпадает из поля зрения особенность касательных преобразований, позволяющая соединить детерминизм уравнений механики с конечным интервалом, в котором задаются начальные условия и описываются траектории.

В условиях действия уравнения состояния (2.15) детерминизм механики задан существованием однозначных уравнений для преобразований, описывающих траектории на основе однозначных инвариантов преобразований. Однако можно ввести частную модель, в которой результат этих преобразований может быть описан в терминах вероятностей. Именно так делается в физике, когда в ней используют соотношение неопределённости Гейзенберга.

Это и есть совместимый с классической механикой смысл соотношения неопределённости Гейзенберга. Поэтому соотношение неопределённости Гейзенберга, в терминологии физиков имеющее вид (2.13), совместимо с уравнением состояния в механике в его общем виде (2.15). И уравнение состояния (2.15) можно называть соотношением неопределённости, как я делаю в этой работе.

Неопределённость существует, но она не противоречит детерминизму описания движения с помощью канонических преобразований. Координаты материальной точки как элемента системы могут быть неопределёнными в пределах условия (2.15), однако остаются однозначные взаимосвязи (в смысле траекторий – преобразований).

При этом необходимо подчеркнуть, что в работе С. Ли [47], которая ввела в науку касательные и канонические преобразования, он строго доказал, что *существуют такие канонические преобразования, которые не являются касательными*. Но если преобразования не есть касательные, то для них не выполняется (2.68), а следовательно и (2.15). Это опять подтверждает написанное в параграфе 1 этой главы: обяза-

тельно должны существовать такие конкретные случаи, когда уравнения Гамильтона несовместны (в смысле существования $2f$ первых интегралов), то есть входящая в них функция $H(q_j, p_j)$ не есть энергия системы — функция состояния системы.

Опять надо напомнить то, что подчеркивалось в этой главы — в рамках самого аппарата классической механики конкретная величина константы в (2.15) установлена быть не может.

5. Ограничение для гладких функций в использовании классической производной

В механике при определении энергии не используются уравнения состояния. В строгой постановке задачи в механике должны быть заданы уравнения состояния, в частности, сначала адиабатическое уравнение состояния механической системы. Такое уравнение состояния было введено в начале этой главы в форме, похожей на соотношение неопределённости Гейзенберга, с адиабатическими инвариантами системы K_k в правой части (2.15), отвечающими заданной задаче.

Ещё раз подчеркну, что на уровне атомных масштабов адиабатический инвариант есть постоянная Планка h . Для планетной системы он свой, сопоставимый с её масштабами. В общем виде уравнение состояния (2.15) есть соотношение неопределённости, в котором неопределённость всегда по порядку величины сопоставима с масштабами переменных данной задачи.

Первый вопрос, который вызывает запись уравнения состояния в форме (2.15), связан с тем, что произведение, казалось бы, классических для математики бесконечно малых приращений равно конечному числу.

Бесконечно малые приращения (например, dx , dy) в математике вводятся в связи с определением непрерывности и производной. Каждая из них имеет нулевой предел в смысле связанных между собой ε и δ -окрестностей. Однако эти приращения всегда ограничены условием связи вида $y = f(x)$. Например, в случае производной в близкой к нулю точке x_0 от функции $y = 1/x$ каждое из приращений dx , dy имеет нулевой предел, но их отношение равно конечному числу, а величины приращений могут отличаться друг от друга на сколь угодно большое число порядков величины, хотя они сохраняют смысл бесконечно малых в самом строгом виде.

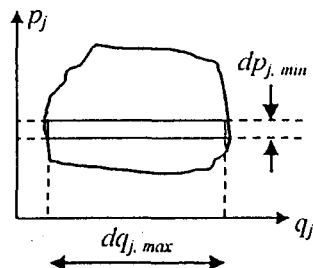


Рис. 2.4.

Поэтому строгость соотношения (2.15) такая же, как и строгость выражений для производной в точке – приращения dq_j и dp_j , которые могут быть в пределе бесконечно малы в смысле связанных для каждой ε и δ -окрестностей, изменяются на основе условия (2.14) взаимосогласованно так, что могут отличаться на любое количество порядков величины.

Однако конкретно уравнения Гамильтона в силу предпосылок теорем существования и единственности рассматриваются в *замкнутой* области. Она *конечная*, то есть ограничен интервал возможных совместных изменений dq_j и dp_j как малых в обычном смысле математики. Оба приращения получают конечный минимальный и максимальный предел (рис. 2.4). Возникает неопределённость вида:

$$dq_j dp_j \sim 0 \cdot \infty \rightarrow K_k, \quad (2.69)$$

где dq_j и dp_j рассматриваются как приращения, описывающие минимально возможную единицу объёма фазового пространства в прямоугольной системе координат².

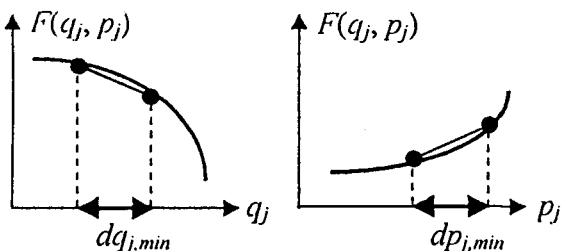


Рис. 2.5.

Уравнение состояния (2.15) и неопределённость (2.69) вводят в механику дискретное фазовое пространство. Необходимы пояснения особенностей предельного перехода при стремлении к нулю приращений в дискретном фазовом пространстве, удовлетворяющем условию (2.15). В частности, это необходимо в связи с понятием о вторых смешанных производных.

Пусть в соответствии с первой частью предпосылки 2.3 задана замкнутая конечная область и в ней некоторая функция $F(q_j, p_j)$, приращения переменных которой удовлетворяют (2.15). Она может быть первым интегралом системы (2.3). Например, это функция Гамильтона H_0 . Вторые смешанные производные могут быть определены для неё обычным образом как предельный переход при поочередно устремляемых к нулю приращениях dq_j или dp_j . В бесконечной открытой области не важно было ли исходное приращение dq_j или dp_j таково, что содержало только одну ячейку (2.15), или их было n . Всё равно для

² Для того, чтобы подчеркнуть это, в (2.15) можно было бы использовать, например, символ δ вместо d , но в этой работе не менее важна общность символа d с его обычным пониманием в механике. Поэтому он сохранён в (2.15) и в (2.69).

любого сколь угодно малого, например, dp_j найдётся своё сколь угодно большое dq_j и не имеет значения число n ячеек, которые входили в исходное dp_j .

Если область замкнутая, с характерными размерами r_{qj} и r_{pj} , то это не так. При выполнении уравнения состояния (2.15) приращения зависимы друг от друга: $dq_j = K_k / dp_j$ и $dp_j = K_k / dq_j$. При поочерёдном устремлении к нулю приращений dq_j или dp_j им соответствующие dp_j или dq_j будут стремиться к бесконечности. Для замкнутой конечной области всегда найдутся раздельно такие $dq_{j,min} < K_k / r_{pj}$ или $dp_{j,min} < K_k / r_{qj}$ для которых соответственно $dp_{j,max}$ или $dq_{j,max}$ выйдут за пределы области, заданной предпосылками (то есть потеряют смысл). Размер области ограничивает возможную величину приращений, например, как на рис. 2.4 величина $dp_{j,min}$ ограничена снизу пределом роста dq_j . Поэтому на каком-то этапе в стремлении dp_j к нулю необходимо будет включать уменьшение числа рассматриваемых дискретных ячеек в фазовом пространстве. В конечном итоге, процесс остановится на уровне проиллюстрированной на рис. 2.4 минимальной величины единственной ячейки — конкретные предпосылки задачи устанавливают для потенциально бесконечно малых величин некоторый конечный предел.

Производные, определённые с учетом этого, включают в себя показанное на рис. 2.5 огрубление результата. Конкретно особенности этого огрубления можно проиллюстрировать с помощью разложения в ряд Тейлора, например, гамильтониана $H(q_j, p_j)$:

$$H(q_j + \frac{K_k}{r_{pj}}, p_j + \frac{K_k}{r_{qj}}) = H(q_j, p_j) + \left(\frac{\partial H(q_j, p_j)}{\partial q_j} \frac{K_k}{r_{pj}} + \frac{\partial H(q_j, p_j)}{\partial p_j} \frac{K_k}{r_{qj}} \right) + \quad (2.70)$$

$$+ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 H(q_j, p_j)}{\partial q_j^2} \frac{K_k^2}{r_{pj}^2} + 2 \frac{\partial^2 H(q_j, p_j)}{\partial q_j \partial p_j} \frac{K_k^2}{r_{pj} r_{qj}} + \frac{\partial^2 H(q_j, p_j)}{\partial p_j^2} \frac{K_k^2}{r_{qj}^2} \right) + \dots + O_n$$

При учёте в механике (2.15) такое разложение изменяет свой классический для математики смысл.

При разложении в ряд некоторой функции $f(x, y)$ для неё существует предел в точке, то есть пределы для приращений: $dx = 0$ и $dy = 0$. Соответственно *существует сама функция и её производные*. С помощью ряда приближённо находят хорды сегментов кривой.

В отличие от этого для приращений аргументов функции $H(q_j, p_j)$ — энергии — действует ограничение приращений снизу вида (2.15). В таком конкретном применении ряда (2.70) *задача обращена*. Смысл ряда Тейлора (2.70) в условиях действия (2.15) есть приближенный поиск функции и её производных при заданной хорде. При этом “истинное” значение функции и производных в данном случае *не существует однозначно*.

но, так как приращения аргументов ограничены снизу. По теореме Лагранжа на сегменте кривой, стягиваемом хордой, найдётся точка, в которой производная для хорды совпадёт с производной для кривой в какой-то точке на сегменте. Но в случае действия (2.15) указать конкретно координаты такой точки — невозможно. *Однозначной точки (по отношению к q_j и p_j как независимым переменным) не существует.*

Должны быть случаи, когда классическим определением производных в (2.30) — (2.34) пользоваться нельзя. Для них перестановка порядка дифференцирования может изменять значение смешанной производной, хотя разрывов функции нет — не существующая “истинная” кривая может быть разной при разной последовательности дифференцирования.

Поэтому в механике, несмотря на гладкость функций $F(q_j, p_j)$, дифференцирование во вторых смешанных производных может быть непостоянно, то есть удовлетворять условию вида (2.47).

Условие (2.47) было сформулировано как следствие конечных разрывов функций в фазовом пространстве — следствие неадиабатичности системы. Однако вышеприведенная иллюстрация показывает, что (2.15) задаёт возможность тождественного (2.47) условия, которое выполняется для непрерывных функций.

В связи с неопределённостью (2.69) хотел бы напомнить о δ -функции Дирака, то есть функции от x , исчезающей везде, кроме начала координат, а в этой точке при $dx \rightarrow 0$ сама функция стремится к бесконечности настолько фантастически быстро, что интеграл от неё оказывается равным единице. Иоганн фон Нейман в своей сугубо математической книге [48] пишет слова, не принятые в математике, — “Дирак лицемерно допустил существование функции такого рода”.

Неопределённость типа $0 \cdot \infty \rightarrow 1$, аналогичная (2.69), существует в науке в виде δ -функции Дирака. Но для уравнения состояния (2.15) и связанной с ним неопределённости (2.69) “лицемерия”, которое отметил фон Нейман, нет: неопределённость (2.69) как свойство уравнения состояния в механике ограничивает элемент подинтегрального разбиения вполне наглядными и логичными связями его с конечностью рассматриваемых в механике областей. Символ d , сохраняя свойства бесконечно малых по отношению к процессу их изменений, может включать в себя “препятствия”, которые конкретно *ограничивают предел малости приращений*. Произведение в (2.15) “бесконечно малых” равно конечной величине в силу допустимых при самом строгом подходе ограничений области их изменения. Бесконечности в науке есть абстракция и (2.15) создаёт для них переход к реальности.

Для δ -функции Дирака *строго нулевой* предел для dx сочетается с интегралом при бесконечных пределах по второй переменной, который

волевым образом оказывается равным конечной конкретной величине – единице. Интегралу может быть сопоставлен прямоугольник с площадью $dx dy$. Для δ -функции Дирака сторона dx этого прямоугольника имеет строго нулевой предел, но, тем не менее, не только его площадь конечна, но ещё конкретно равна единице. Это есть “лицемерие” потому, что добавляет волевые свойства к и без того волевой абстракции бесконечности³. Поэтому появление бесконечностей в современной квантовой механике столь же закономерно, как и возможность их устранения формальными приёмами типа перенормировки. Эти бесконечности следствие некорректности постановок задач, а не природы вещей.

Рассмотрю в терминах якобианов преобразований, поясненные выше особенности, которые уравнение состояния (2.15) вводит в механику.

Если уравнение состояния в механике задано неявно самими уравнениями Гамильтона в виде (2.11), то сохранение фазового объёма доказывается как результат теоремы Лиувилля. Это доказательство есть во всех учебниках. Напомню его, например, на основе [45].

Доказывается, что объём области $\mathcal{Q}$ фазового пространства, записанный в виде $2f$ -кратного интеграла:

$$\mathcal{Q} = \int \dots \int^{2f} dq_1 \dots dq_f dp_1 \dots dp_f, \quad (2.71)$$

сохраняется для механической системы, описываемой уравнениями Гамильтона (2.3). Подчеркну, любая форма доказательства теоремы Лиувилля основана на аксиоматической первичности уравнений Гамильтона и их предпосылке 2.3 о перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных.

Для доказательства сохранения фазового объёма рассматривается его изменение во времени:

$$\Delta \mathcal{Q} = \mathcal{Q}(t + dt) - \mathcal{Q}(t). \quad (2.72)$$

Переменные изменённой системы есть:

$$q'_j = q_j + dq_j = q_j + \dot{q}_j dt \quad \text{и} \quad p'_j = p_j + dp_j = p_j + \dot{p}_j dt. \quad (2.73)$$

Тогда (2.72) примет вид:

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{Q} &= \int \dots \int dq'_1 \dots dq'_f dp'_1 \dots dp'_f - \int \dots \int dq_1 \dots dq_f dp_1 \dots dp_f = \\ &= \int \dots \int (D - 1) dq_1 \dots dq_f dp_1 \dots dp_f, \end{aligned} \quad (2.74)$$

³ Аксиомы вводятся произвольно. Они могут быть формально удобными, но при этом противоречить реальности. Именно так введена δ -функция Дирака.

где якобиан преобразования, пренебрегая членами второго порядка малости, есть:

$$D = \frac{D(q'_1, \dots, q'_f, p'_1, \dots, p'_f)}{D(q_1, \dots, q_f, p_1, \dots, p_f)} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 + \frac{\partial \dot{q}_1}{\partial q_1} dt + \dots & \frac{\partial \dot{q}_1}{\partial q_2} dt + \dots & \dots & \frac{\partial \dot{q}_1}{\partial p_f} dt + \dots \\ \frac{\partial \dot{q}_2}{\partial q_1} dt + \dots & 1 + \frac{\partial \dot{q}_2}{\partial q_2} dt + \dots & \dots & \frac{\partial \dot{q}_2}{\partial p_f} dt + \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \dot{p}_f}{\partial q_1} dt + \dots & \frac{\partial \dot{p}_f}{\partial q_2} dt + \dots & \dots & 1 + \frac{\partial \dot{p}_f}{\partial p_f} dt + \dots \end{vmatrix} =$$

$$= 1 + \sum_{j=1}^f \left(\frac{\partial \dot{q}_j}{\partial q_j} + \frac{\partial \dot{p}_j}{\partial p_j} \right) dt + \text{члены высшего порядка.} \quad (2.75)$$

Поскольку в теореме Лиувилля задано выполнение уравнений Гамильтона (2.3) в условиях действия их обычных предпосылок, в частности, предположения 2.3 о перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных, то из (2.75) следует, что $D = 1$ с точностью до членов высшего порядка малости. Что и доказывает теорему Лиувилля, так как при этом $\Delta \mathcal{V} = 0$.

Если предположения a priori о перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных нет, то не работает ни одно из существующих доказательств теоремы Лиувилля.

Проиллюстрированный выше типовой вывод теоремы Лиувилля содержит ещё одну важную особенность. Сохранение фазового объёма в структуре современной науки есть один из самых фундаментальных её законов. Однако его вывод опирается на малость приращений времени второго порядка $(dt)^2$ и старше по отношению к приращениям dt . Такой подход в математике общепринят, но по отношению к фундаментальным законам не безоговорочен. Поэтому необходимо проанализировать связь приращений во времени с уравнением состояния в механике.

6. Конечность приращений времени в строгой постановке задач классической механики

Приращения dq_j и dp_j , которые входят в уравнение состояния (2.15), могут быть записаны в виде:

$$dq_j = \dot{q}_j dt \quad \text{и} \quad dp_j = \dot{p}_j dt, \quad (2.76)$$

то есть

$$dq_j dp_j = \dot{q}_j \dot{p}_j (dt)^2 = (\dot{q}_j \dot{p}_j dt) dt = dE dt = K_k. \quad (2.77)$$

Соотношение неопределённости в физике известно в разных формах, связывающих между собой *канонически сопряжённые* переменные, в частности, приращения энергии E и времени t . С использованием иерархического адиабатического инварианта K_k (а не только его частного случая – постоянной Планка $\hbar$) неопределённость *энергия – время* есть:

$$\Delta E \Delta t \geq K_k. \quad (2.78)$$

Поэтому соотношение (2.77) неопределённости *энергия – время* есть известное в физике соотношение неопределённости (2.78), выраженное в переменных классической механики. Физика в (2.78) использует символ приращений, которого не существует в классической механике (смысл его был пояснён в параграфе 1 этой главы). Соотношение (2.77) требует существования конечного предела снизу для приращений времени, хотя бы в некоторых задачах механики.

Как было отмечено выше (рис. 2.4, рис. 2.5), уравнение состояния (2.15) в сочетании с предпосылками теорем существования и единственности решений систем дифференциальных уравнений вводит ограничения на диапазон совместных изменений приращений dq_j и dp_j . Соответственно в (2.77), (2.78) возникает ограничение минимальной величины приращения времени dt . В результате имеют смысл только такие приращения dt , для которых выполняется $dt \geq dt_{\min}$, где минимум dt задан условием $dq_{\max} \geq dq \geq dq_{\min}$ и $dp_{\max} \geq dp \geq dp_{\min}$ совместно так, что справедливо уравнение состояния (2.15). Этим вводятся характерные пределы ограничений при стремлении в (2.77) приращения dt к нулю.

Для задач (2.18) с циклическими координатами (выделенных ниже индексом i) соответствующие им частоты есть ω_i . Тогда ячейке фазового пространства $dq_i dp_i$, имеющей минимальную дискретную величину K_k , отвечает элемент энергии:

$$E_i = dq_i dp_i \omega_0 = K_k \omega_0. \quad (2.79)$$

Поэтому приращение энергии в соотношении (2.77) может быть записано (с точностью до 2π) в радианной или временной форме:

$$dE_i = K_k d\omega_0 \quad \text{или} \quad dE_i = K_k d\nu_0. \quad (2.80)$$

Тогда (2.77) перейдёт в соотношение неопределённости *время – частота*:

$$dt d\omega = 2\pi \quad \text{или} \quad dt d\nu = 1. \quad (2.81)$$

Оно также имеет аналог в физике в терминах, не существующих в классической механике:

$$\Delta t \Delta \nu \geq 1. \quad (2.82)$$

В связи с (2.15), (2.77), (2.81) необходимо подчеркнуть особенности приращений переменных, связанных с понятием о кванте.

Понятие о *кванте* — фундаментальных постоянных — принципиально возникает (как показано в этой работе) при учёте *единицы меры информации* в адиабатически инвариантных системах. Существуют конкретно для данных уровней иерархии энтропии-информации фундаментальные *постоянные*, определяющие *единицу меры информации* на данном уровне иерархии (пример одной из них есть постоянная Планка h , пример другой — постоянная Больцмана k_B).

Кроме того существуют *дискретные* значения физических переменных (например, квант энергии $h\nu$), величина которых в частном случае *адиабатических* процессов может изменяться *строго непрерывно*. *Квант энергии дискретен в неадиабатических* задачах и одновременно величина *кванта* энергии изменяется *строго непрерывно в адиабатических* задачах. Сочетание непрерывности и дискретности выполняется настолько точно, что используется в практических реализациях самых точных эталонов времени. Помнят об этом не всегда и не все.

Существует также дополнительная особенность при стремлении к нулю приращений переменных механики. Природа определена в тех или иных *конечных замкнутых областях*. Поэтому в реальной природе обязательно и неустранимо существуют ограничения переменных (хотя во многих конкретных задачах можно создать *математическую абстракцию* — понятие о бесконечно малых или больших величинах).

Привычной, допустимой в силу существования частных моделей, кажущейся очевидной является возможность предела $dt \rightarrow 0$ в (2.77). Забывают, что само понятие о частоте может быть определено только совместно с условием (2.81). Забывают или не понимают, что первичная причина появления понятия о квантовании и о кванте действия у Планка именно в невозможности точной реализации предела $dt \rightarrow 0$ и соответственно $d\nu \rightarrow \infty$. Ведь, если такой предел существует, то спектры процессов содержат бесконечно много частот, включая бесконечно большие частоты, что несовместимо с понятием энергии и её сохранением.

Поэтому приращение времени в задачах с циклическими координатами (и поэтому с характерными частотами ω_j) в строгой постановке может и должно быть конечной величиной.

Необходим дополнительный анализ смысла и вида предела для приращений времени. Способ для этого был сформулирован в параграфе

1 этой главы — приму обязательным в механике выполнение уравнения состояния (2.15) и буду анализировать следствия этого. Поэтому продолжу анализ следствий уравнения состояния (2.15).

Введение в механику уравнения состояния в форме (2.15) требует обращения задачи о доказательстве теоремы Лиувилля: пусть задано уравнение состояния (2.15) — какие условия из этого строго следуют?

Прежде всего, в обращённой постановке задачи нельзя пренебрегать членами высшего порядка малости (как это делается при доказательстве теоремы Лиувилля). Сохранение фазового объёма теперь является постулатом. В *адиабатической* системе энергия изменяется в этих случаях *непрерывно*, оставаясь пропорциональной частоте.

Рассмотрю члены второго порядка малости в якобиане (2.75). Для того, чтобы не загромождать изложение, использую пример только одной пары координат q_1 и p_1 , опуская индекс. Тогда определитель:

$$\begin{aligned}
 D &= \begin{vmatrix} 1 + \frac{\partial \dot{q}}{\partial q} dt + \frac{\partial \ddot{q}}{\partial q} (dt)^2 + \dots & \frac{\partial \dot{q}}{\partial p} dt + \frac{\partial \ddot{q}}{\partial p} (dt)^2 + \dots \\ \frac{\partial \dot{p}}{\partial q} dt + \frac{\partial \ddot{p}}{\partial q} (dt)^2 + \dots & 1 + \frac{\partial \dot{p}}{\partial p} dt + \frac{\partial \ddot{p}}{\partial p} (dt)^2 + \dots \end{vmatrix} = \\
 &= 1 + \left(\frac{\partial \dot{q}}{\partial q} + \frac{\partial \dot{p}}{\partial p} \right) dt + \left(\frac{\partial \ddot{q}}{\partial q} + \frac{\partial \ddot{p}}{\partial p} - \frac{\partial \dot{p}}{\partial q} \frac{\partial \dot{q}}{\partial p} + \frac{\partial \dot{q}}{\partial q} \frac{\partial \dot{p}}{\partial p} \right) (dt)^2 + \dots = \\
 &= 1 + \left(\frac{\partial^2 H}{\partial q \partial p} - \frac{\partial^2 H}{\partial p \partial q} \right) dt + \\
 &\quad + \left(\frac{\partial}{\partial q} \frac{d}{dt} \frac{\partial H}{\partial p} - \frac{\partial}{\partial p} \frac{d}{dt} \frac{\partial H}{\partial q} - \frac{\partial^2 H}{\partial q \partial p} \frac{\partial^2 H}{\partial p \partial q} + \frac{\partial^2 H}{\partial q^2} \frac{\partial^2 H}{\partial p^2} \right) (dt)^2 + \dots
 \end{aligned} \tag{2.83}$$

Первый и второй член в результирующей сумме есть определитель (2.75), равенство нулю которого было показано ранее как следствие предпосылки о перестановочности дифференцирования. В случае задач типа (2.48) — (2.51) третий член (множитель при $(dt)^2$) равен нулю из-за особенностей этих задач, а именно: $\partial H / \partial p = \omega$, то есть постоянной, производная по времени от которой нуль; три оставшихся члена равны нулю, так как в этой задаче H не зависит от q , а потому $\partial H / \partial q = 0$.

Поэтому в характерной для классической механики вырожденной постановке задачи о циклических координатах (2.48) — (2.51) сохранение фазового объёма, как теорема, не зависит от того конечны или бесконечно малы приращения времени. В постановке задачи (2.48) — (2.51) время есть параметрическая переменная.

7. Некорректность Пуанкаре в постановке задачи о теории возмущений

Естественно, что надо указать пример случая, когда в классической механике проявляется необходимость в введенном мною в механику и подробно поясненном выше адиабатическом уравнении состояния (2.15) и его следствиях (2.77), и (2.81). Такой конкретный пример парадоксов несовместности уравнений Гамильтона, дает проблема интегрируемости уравнений Гамильтона в задачах теории возмущений.

В случае циклических координат и интеграла $p_j = \text{const}$, как было подчеркнуто в этой главе, энергия системы $H = H(p_j)$. Такая система была рассмотрена выше (см., (2.48) – (2.51)).

Как известно (см., например, [46]), если для системы вида (2.48) – (2.51) существует $(2f - 1)$ первых интегралов в инволюции, то последний интеграл находится квадратурой и уравнения Гамильтона интегрируемы в смысле механики. В [46] отмечено, что системы, удовлетворяющие такому условию, существуют, их интегралы найдены.

Термин – функции F_1 и F_2 находятся в инволюции – означает, что скобки Пуассона (2.29) от них тождественно равны нулю:

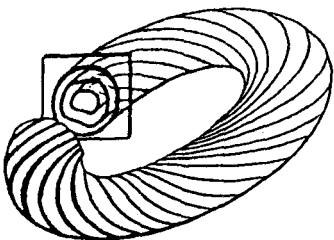
$$\{F_1, F_2\} \equiv 0, \quad (2.84)$$

то есть для системы справедливо условие перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных 2.3 и строго выполняется адиабатическое уравнение состояния (2.11) с нулевой констан-

Рис. 2.6.

той в правой части. Этим в приближении частной модели энергия строго определена, следствием чего является факт интегрируемости уравнений Гамильтона для динамических систем в рамках такой модели. В фазовом пространстве такие динамические системы отображаются дискретными торами. Движение квазипериодическое и траектории наматываются на торы (рис. 2.6) [46]. Как было пояснено в предыдущем параграфе, в этих предпосылках коэффициент при $(dt)^2$ нулевой, независимо от малости приращений dt .

Вопрос о малости $(dt)^2$ при доказательствах теоремы Лнувилля не представлял бы интереса, если бы не тот общезвестный факт, что Пуанкаре показал – динамические системы общего вида (в частности, не имеющие первых интегралов в инволюции) неинтегрируемы ($2f$ первых интегралов для них не существует). Если коэффициенты при dt ненулевые,



то выполнение теоремы Лиувилля зависит от конечности dt и коэффициента при $(dt)^2$, то есть от уравнения состояния (2.15). Система уравнений Гамильтона неинтегрируема в предположениях 2.1 – 2.3, но может стать интегрируемой с учетом (2.15).

В отличие от Якоби и Гамильтона, Пуанкаре работал в период эффективного развития термодинамики, во время бурных обсуждений понятия – энергия. Он был современником Больцмана и Планка. Тот факт, что он не обратил внимания на отсутствие в механике строгого определения энергии – непростителен, а в силу авторитета Пуанкаре он наложил отпечаток на всю последующую науку. Вполне возможно, что причина этого во внеучном негативном отношении Пуанкаре к Больцману, но разбираться в этом – дело историков науки.

Здесь важен факт – без необходимого анализа корректности Пуанкаре использовал для неинтегрируемых систем (как ясно из этой работы, неинтегрируемых в силу неприменимости к ним уравнения состояния (2.11)) общепринятый в математике формальный приём – определим энергию системы в виде ряда:

$$H(q_j, p_j) = H_0(p_j) + \varepsilon H_1(q_j, p_j) + \dots, \quad (2.85)$$

в котором второй и последующие члены есть малые возмущения, для которых ε мало и H_1 имеет период 2π по q_j . Этим задано, что рассматриваются задачи, для которых в качестве нулевого приближения может быть принята вырожденная задача типа (2.48) – (2.51). Исследование таких задач и таким методом Пуанкаре определил как основную проблему динамики [46].

Для первого члена этого ряда энергия определена в терминах частной модели в форме (2.11), в которой уравнение состояния присутствует как неопределённость вида (2.52).

Возникает парадокс: в постановке задачи, когда $p_j = \text{const}$, должно быть $dp_j = 0$ и энергия не может зависеть от q_j . Однако Пуанкаре такую зависимость вводит. Формально можно записать возмущения в форме (2.85), но такая запись будет некорректной, так как совмещает несовместимое – независимость энергии от q_j и одновременно использование добавок, в которых энергия зависит от q_j . В задаче, в которой неустранимо уравнение состояния должно быть в форме (2.15), используется уравнение (2.11) в предельной форме (2.52). В этом случае энергия в системе определена неадекватно задаче. Это нашло выражение, подчеркнутое замечанием в [46], – “Неинтегрируемые проблемы динамики казались недоступными средствам современной математики”.

Математические идеализации нулей и бесконечностей при переходе к реальным процессам, как правило, неприменимы. Во многих зада-

чах какие-то малые окрестности при этом обязательно имеют особенности поведения, но в силу специфического предельного вида (2.52) уравнения состояния (2.11) трудно найти конкретные величины окрестностей, за пределами которых система уравнений Гамильтона несовместна, то есть неинтегрируема в смысле существования $2f$ первых интегралов. Анализ таких случаев посвящена обширная литература самого высокого уровня в современной механике (см., [20], [44], [45] и ссылки там).

Если задать аксиоматически, что уравнение состояния в механике имеет форму типа (2.15), то есть с конкретной конечной постоянной в правой части, то раскрытие неопределенности (2.69) устранил отмеченные выше парадоксы и позволит найти области интегрируемости уравнений Гамильтона без анализа их решений.

На вопрос об областях решений уравнений Гамильтона, в которых они совместны в смысле математики (определяют траекторию), и областях, в которых они совместны в смысле механики (имеют полное число первых интегралов), можно и нужно отвечать на основе анализа *предположений* уравнений Гамильтона, а не на основе анализа их решений.

Какие гамильтонианы в виде конкретных рядов для $H(q_j, p_j)$, введенных Пуанкаре, совместимы со строгой формой уравнения состояния (2.15)? — Это и есть ответ на вопрос об областях интегрируемости уравнений Гамильтона в механике.

Уравнения Гамильтона в задачах с малыми отклонениями от условия (2.49) интегрируемы (совместны) в смысле механики тогда, когда малые возмущения энергии, зависящие от q_j , не выходят за рамки ограничений неопределенности (2.69). Это частные случаи, которые имеют сложные границы реализуемости. Вне этих границ уравнения Гамильтона, в которых энергия определена предложенным Пуанкаре рядом (2.85), совместны только в смысле математики: траектории существуют, но $2f$ первых интегралов для них нет. В строгом виде анализ интегрируемости уравнений Гамильтона включает в себя анализ множителя при $(dt)^2$ в (2.83) в условиях действия (2.15).

Основополагающий для науки метод моделей допускает иногда возможность на основе ошибочных моделей получать правильные, совпадающие с наблюдениями результаты. Именно это произошло с моделью малых возмущений Пуанкаре. В наиболее современном и полном виде эти правильные результаты отражает теория Колмогорова — Арнольда — Мозера. Аналогичное происходит и при применении методов теории возмущений в квантовой теории: модель сохраняет некорректность предположений Пуанкаре, а результаты правильны. Плата за это в громоздкости и повышенных требованиях к математической строгости

в существующей теории возмущений как в классической, так и в квантовой реализации.

В теории Колмогорова – Арнольда – Мозера есть интересная подробность, которая привела к появлению в её названии имени Мозера. Он показал, что для справедливости теории Колмогорова – Арнольда нет необходимости предполагать аналитичность используемой в ней функции H_0 , а достаточно только требования существования для неё 300 с лишним производных [46].

Замена требования аналитичности на требование существования непонятного числа производных не свойственна фундаментальным законам природы. Однако это становится понятным на основе предыдущего параграфа. Поскольку уравнение состояния (2.15) приводит к сглаживанию кривых (рис. 2.4, 2.5), то для каждого конкретного, характерного для данной задачи иерархического адиабатического инварианта K_k в правой части (2.15) существует свой предел гладкости траекторий.

Именно 300 с лишним производных в результатах Мозера вызывают сомнение – для каждого адиабатического инварианта в правой части (2.15) и конкретных величин областей, в которых задана постановка задачи о возмущённых траекториях, должен существовать свой предел достаточного числа производных для функций, описывающих динамическую систему.

Различие в понимании интегрируемости систем дифференциальных уравнений в математике и механике имеет причину, которая многократно подчеркивалась выше: в механике задано в виде исходных предпосылок сохранение определённых величин, например, энергии. Иногда это называют “физическим смыслом” задачи. В математике уравнения абстрактны и ограничения их предпосылок — минимальны. Но общее в математике и механике — математическая строгость. Её не может быть, если в механике есть некорректности в исходном определении сохраняющихся величин типа ряда (2.85).

Неперестановочность дифференцирования во вторых смешанных производных (как следствие (2.15)) вводит в механику два принципиально разных класса возмущённых движений динамической системы.

При одном из них происходит “скачкообразный” переход с одного адиабатического инвариантного тора на другой. Это типичный *неадиабатический процесс* — квантовый скачок. Но уравнения Гамильтона определяют траектории и тогда, когда они несовместны в терминах механики. Поэтому “скачок” может быть описан траекториями, для которых не существует $2f$ первых интегралов — слово скачок требует кавычек.

Другой класс динамических систем есть возмущённые *адиабатические системы*. Для их выявления и описания необходим анализ в об-

щем виде совместной системы уравнений Гамильтона, то есть включающей в себя уравнения состояния.

С учетом уравнения состояния (2.15) классическая детерминированная механическая траектория не только содержит неопределённость, задаваемую описанными в параграфе 4 свойствами канонических преобразований, не только допускает классическую реализацию “квантовых скачков”, но и содержит неопределённость “микроструктуры” траекторий, заданную конечностью числа производных, достаточных для описания сугубо классической механической траектории. В силу пояснений рис. 2.4, рис. 2.5 это и есть проявление соотношения неопределённости в макроскопических процессах.

В строгой постановке задачи планетная система макроскопических тел (со своим адиабатическим инвариантом K_d) и атом (с адиабатическим инвариантом в виде постоянной Планка h) аналогичны. Например, “энергетические уровни” — это есть области интегрируемости уравнений Гамильтона в смысле существования первых интегралов; “квантовые скачки” есть реальные траектории, вдоль которых первые интегралы не существуют; “облака вероятностей”, описывающие электрон в атоме, имеют аналог для планетной системы в виде “пылевых” облаков и колец, из которых формируются планеты. Аналогия имеет и отличия, определяемые тем, что для планетной системы уравнения Гамильтона применяются для материальных точек классической механики, а для реального атома уравнения Гамильтона должны быть сформулированы для полей на соответствующих уровнях иерархии действия-энтропии-информации.

Парадоксы малых знаменателей, которые наглядно трактуют как возможность создать ураган вихрём при проезде автомобиля или даже взмахом крыла бабочки, есть результаты некорректности определения энергии при постановке Пуанкаре задачи о теории возмущений.

Пересмотр известных результатов теории возмущений с учетом уравнений состояния при определении энергии в механике не входит в цели этой работы. Только список литературы, отражающей развитие теории возмущений превысил бы объём всей этой книги.

Изложенное выше показывает, что соотношение неопределённости Гейзенберга в виде уравнения состояния (2.15) органически, фундаментально совместимо с принципами и задачами классической механики.

Принцип соответствия Бора необходим тогда, когда в механике принудительно используется модель перестановочности дифференцирования по p_j и q_j , то есть обратимость времени как условие существования энергии. При строгом определении энергии (с учетом необратимости времени) нет необходимости в принципе соответствия. Классическая механика совместима с соотношением неопределённости Гейзенберга в

виде уравнения состояния (2.15) не как предельный переход, а по существу формальных преобразований для конкретного круга фундаментально важных задач.

Кстати, сам М. Планк ещё в статье 1940 г. [49] строго показал, что квантовая механика не переходит в классическую в пределе $\hbar \rightarrow 0$. Однако эта работа осталась без внимания.

Ещё раз повторю: некорректные модели могут, тем не менее, давать правильные результаты. В частности, на их основе в [50] численными методами показано, что в классической механике действует соотношение неопределённости Гейзенберга (в смысле физиков).

Следует подчеркнуть: *если предположить, что всегда, абсолютно, независимо от задач энергия a priori есть функция состояния системы и время обратимо, то этим исключается возможность опровергнуть такой постулат на основе строгой логики аналитической механики.*

Парадоксы при определении энергии в механике этим не исчерпываются. Разделение степеней свободы, которое вводит функция Рауса, как было показано выше, фундаментально связано с определением энергии в механике. Поэтому канонические преобразования, их обобщение в виде касательных преобразований С. Ли, группы Ли и их развитие есть самый фундаментальный аппарат механики. Однако больше столетия известны работы Э. Нетер [51], которые основаны на них. Эти работы утверждают, что *энергия в механике не сохраняется*, так как согласно им сохранение энергии есть *следствие однородности времени*, а Вселенная достоверно расширяется и *однородности времени как обязательного условия a priori быть не может.*

Для того, чтобы продолжить анализ понятия о времени в механике и более полно проанализировать следствия, ведённого в [5], [6] и в этой главе, адиабатического уравнения состояния необходимо сначала определить в аналитической механике понятие о мере информации.

Выводы

1. Понятие — энергия — в классической механике определено без записи уравнений состояния. Уравнения состояния, в классической механике заменены глобальным условием *a priori* о перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных.

2. Предпосылка классической механики о перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных, не зависящая от конкретных особенностей задач, тождественно утверждению об обратимости времени.

3. Не зависящее от уравнений Гамильтона адиабатическое уравнение состояния для механической системы есть соотношение неопределённости в виде взаимосвязанного ограничения малости приращений координат в фазовом пространстве.

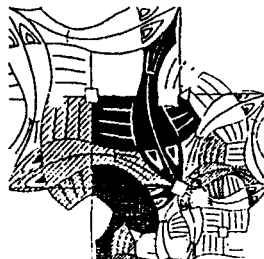
4. Постоянная K_4 в независимом адиабатическом уравнении состояния есть адиабатический инвариант данной системы, а потому имеет порядок величины, сопоставимый с масштабами переменных системы.

5. Необходимость и существенность независимых уравнений состояния в механике подтверждается трудностями теории возмущений Пуанкаре, в которой отсутствие уравнений состояния привело к исходно некорректному разложению энергии в ряд по малым возмущениям.

6. Классическая механика совместима с соотношением неопределённости в форме уравнения состояния не как предельный переход, выраженный принципом соответствия Бора, а по существу строгого математического подхода к исходным уравнениям механики, когда в нём использован постулат о необратимости времени.

7. Уравнения Гамильтона есть определение – существует одна и та же функция (гамильтониан, полная энергия системы), производные от которой по координатам и по импульсам элементов системы есть производные импульсов и координат по времени – связь времени с энергией и координатами, описывающими движение. Они справедливы в условиях предположений о перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных, и о замкнутости области их совместности. Следствиями перестановочности дифференцирования является сохранение фазового объёма и обратимость времени. Сохранение фазового объёма противоречит предположке о замкнутости области определения уравнений Гамильтона, так как при нулевом пределе для приращений координат или импульсов соответствующая сопряжённая с ними переменная выйдет за пределы области определения. С помощью реализованных в классической механике искусственных построений можно приближённо проигнорировать это противоречие. Для радикального устранения этого противоречия необходимо ввести конечный предел сохраняющегося фазового объёма – уравнение состояния – и изменить в связи с этим определение производной в фазовом пространстве.

8. Соотношение неопределённости в форме Гейзенберга записано для не существующих в природе материальных точек. Неопределённость, которую в моих работах вводит уравнение состояния, отображает нереализуемость в природе абстракции бесконечности.



Действие как мера информации в классической и в квантовой механике

Уравнения в частных производных Гамильтона-Якоби описывают действие как запомненный выбор из случайностей, заданных начальными условиями. Поэтому действие в классической механике есть переменная, которая тождественна энтропии как мере информации о системе. Уравнение Шрёдингера есть нормировочное условие для действия-энтропии-информации. Принцип наименьшего действия в механике есть эквивалент принципа максимума энтропии для равновесных состояний. Действие-энтропия-информация есть иерархическая переменная. Фундаментальные безразмерные постоянные для электромагнитного, гравитационного и сильного взаимодействий есть отношения их иерархических адиабатических инвариантов, выраженных в единицах действия, к постоянной Планка. Величину фундаментальных безразмерных постоянных определяет принцип максимума производства энтропии. В частности, глобально максимум производства энтропии (способности к превращениям) задаёт величина постоянной слабого взаимодействия. Детерминизм природы задан соотношениями неопределённости как порогами, в пределах которых системы нечувствительны к возмущениям. Необратимость природы отражает необратимость уравнений движения классической и квантовой механики, когда в них строго, на основе независимых уравнений состояния определена энергия.

1. Действие в классической механике

Формулировка основ классической механики с использованием уравнений Гамильтона (2.3) не единственная. Есть вторая столь же фундаментальная (даже более общая) основа классической механики, в которой исходным является принцип наименьшего действия в форме Гамильтона [21], [22].

В принципе Гамильтона рассматриваются многие траектории между заданными точками 0 и 1 . Как и в параграфе I главы II, задана система с голономными связями. Ещё со времён Гамильтона принято в такой постановке задачи использовать термин — система в независимых координатах. Вводится функция:

$$\tilde{S} = \int_{(0)}^{(1)} L dt \quad (3.1)$$

и решается вариационная задача:

$$\delta S_G = W = \delta \int_{t_0}^{t_1} L dt = 0, \quad (3.2)$$

где W — действие с размерностью произведения $q_j p_j$. Напомню, что энергия в форме L связана с энергией в форме H соотношением (2.16).

Минимум действия (3.2) определяет траекторию между двумя точками при условии, что переход между ними по всем возможным путям происходит за один и тот же *заданный интервал времени*. Результат *не зависит от выбора системы координат*. Действие в форме $S_G \equiv W$ называют главной функцией Гамильтона.

Для консервативных систем один из интегралов уравнений движения есть интеграл энергии $H = E$. Тогда, если проинтегрировать систему уравнений Гамильтона, то время можно ввести квадратурой. Это важная особенность классической механики и она дальше будет рассмотрена подробнее. Пока отмечу, что при таком пути интегрирования уравнений движения произвольная постоянная t_0 может входить в интегралы движения только как аддитивная составляющая в виде $(t - t_0)$. Тогда можно ввести функцию $S = S_L = W + H(t - t_0)$, которую называют характеристической функцией.

Переходя с помощью интеграла энергии к кинетической энергии под знаком интеграла в (3.1) и с помощью этого же интеграла исключая время, можно искать вариацию (3.1), задавая *постоянной энергией* системы. Тогда условие минимума действия примет вид:

$$\delta S_L = S = \delta \int_{(q_0)}^{(q_1)} 2T dt = 0, \quad (3.3)$$

где разные обозначения действия подчеркивают условия варьирования и изменения конкретного выражения энергии под знаком интеграла. Вариация в форме (3.3) есть вариация действия Лагранжа.

Интегралы в формулировках принципа наименьшего действия (3.2), (3.3) имеют размерность действия — [Джоуль · секунда]. Действие есть столь же фундаментальная физическая переменная природы, как время и энергия. Покажу, что действие в механике удовлетворяет требованиям к определению энтропии-информации (1.1) из главы I.

2. Уравнение для информации о механической системе при случайных начальных условиях

Сформулированное выше определение действия (3.1) задано в фазовом Γ -пространстве классической механики, при обратимом времени и при возможности описать элементы системы уравнениями Гамильтона без использования уравнения состояния (2.15) (см. параграф I главы II).

Классически детерминизм объектов и процессов считается заданным именно уравнениями Гамильтона. Такой подход к детерминизму распространяют на природу в целом. Поэтому в существующей терминологии и в существующем математическом аппарате детерминированное описание природы определено только в условиях частной модели обратимого времени. Однако эмпирически бесспорно, что время необратимо. В этом заключается первопричина основных недоумений и противоречий при переходе в современной науке от блестяще эффективного описания конкретных задач к общей картине мира.

Уравнения Гамильтона являются аксиоматическим определением взаимосвязи переменных механики. Они утверждают, что если $H(q_j, p_j, t)$ есть функция состояния системы — энергия, то для переменных механики q_j и p_j определены изменения во времени $\dot{q}_j, \dot{p}_j$. Но сами эти переменные, а также время, не определены.

Конкретно для вычисления траекторий элементов системы необходимо задать *начальные условия*.

Отмеченными выше особенностями уравнений Гамильтона разрешён произвол начальных условий. Точность их задания всегда конечная. Поэтому случайность, которую вводят начальные условия в уравнения Гамильтона, казалось бы, исключает детерминизм природы. Кроме того, как было показано в главе II, в строгой постановке задачи касательные преобразования (как отображение законов движения в механике) приводят к трансформации начальной точки траектории в начальную область. С учетом уравнения состояния (2.15) эта область не может быть в пределе стянута в точку. Опять, но на более высоком уровне подробностей, казалось бы, детерминизм природы исключён.

Однако есть бесспорный факт — окружающий нас мир и мы сами существуем. Это однозначно указывает, что уравнения механики *для*

систем из многих элементов принципиально, неустранимо (независимо от обратимости или необратимости времени) описывают реальность тогда и только тогда, когда существует преимущественное состояние механической системы – *запомненный случайный выбор*. Он есть по определению *информация* о системе (см. главу I).

Начальные условия для механической системы *задаются*, в том числе и произвольно. Поэтому невозможно непосредственно из их анализа выявить *закономерности* реакции системы из многих элементов на случайные начальные условия. Однако *начальные условия* для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, например (2.3), определяют величину *постоянных интегрирования*. Эти постоянные содержат в себе *реакцию конкретной системы*, которую описывают дифференциальные уравнения. В них содержатся *закономерности* ответа системы на случайные начальные условия.

Одна из важнейших идей механики, которую с использованием результатов Гамильтона ввел в механику Якоби [13], – *заменить анализ начальных условий анализом постоянных интегрирования*. Тогда можно установить *закономерности*, общие для самых разных, *случайных* начальных условий. Если таких закономерностей не существует, то даже в рамках классической механики (несмотря на строгий детерминизм в ней уравнений Гамильтона) природа непредсказуема, что противоречит всему известному о ней человеку.

Предсказуемость, детерминизм природы есть утверждение о том, что в любой момент времени систему можно “остановить”, а потом “запустить” её вновь на основе начальных условий, зафиксированных в момент “остановки”, причём эта процедура (возможно с некоторым конечным во времени переходным периодом) не изменит результирующего состояния системы. В классической механике должны присутствовать законы и выражающие их уравнения, которые гарантируют предсказуемость, детерминизм в таком смысле. Ключевым для них является функция – действие, зависящая от прошлого системы и задающая информацию о будущем системы, то есть позволяющая в определённых границах предсказать это будущее.

Наука отличается тем, что её запомненные потомками результаты не зависят от воли их творцов. Поэтому детерминизм в таком виде действительно присутствует в классической механике. Его отображают дифференциальные уравнения в частных производных Гамильтона-Якоби, переменной в которых является действие – мера информации о системе. Поясню это на основе работы Якоби [13] с учетом понятий, введенных в главах I, II и выше в этой главе.

Пусть дана система обыкновенных дифференциальных уравнений, аналогичная (2.3) и записи их в форме (2.26):

$$dx_1/X_1 = dx_2/X_2 = \dots = dx_n/X_n = dt/X, \quad (3.4)$$

где $n = 2f = 2Nf^*$ для N материальных точек с f^* степенями свободы у каждой.

В ней $X_1, X_2, \dots, X_n$ произвольные функции $x_1, x_2, \dots, x_n$, а X есть произвольная величина. В частности, если это система уравнений Гамильтона, то $x_1, x_2, \dots, x_f$ есть $q_1, q_2, \dots, q_f$, а $x_{f+1}, \dots, x_n = 2f$ есть $p_1, p_2, \dots, p_f$ (см. (2.1), (2.2)).

Система дифференциальных уравнений (3.4) интегрируется при помощи системы уравнений:

$$\begin{aligned} x_1 &= \varphi_1(t, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n), \\ x_2 &= \varphi_2(t, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n), \\ &\dots, \\ x_n &= \varphi_n(t, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n), \end{aligned} \quad (3.5)$$

в которой $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ есть постоянные интегрирования. Для этого значения x_j из (3.5) подставляются в X_j и определяются производные dx_j/dt как функции t и произвольных постоянных α_j .

Число постоянных интегрирования по порядку величины не отличается от количества чисел, которые нужно задать в качестве начальных условий. Например, для макроскопического объема газа число элементов N и соответственно число n уравнений (3.5) выражается общезвестными астрономически большими количествами. Но переход к анализу постоянных интегрирования позволяет найти, *не решая дифференциальных уравнений (3.4) и не зная для них начальных условий* однозначную функцию случайных начальных условий для уравнений Гамильтона.

В механике уже около 150 лет известно: *существует универсальная функция, описывающая результаты участия неизвестных случайных начальных условий в детерминированных решениях систем дифференциальных уравнений Гамильтона. Для того, чтобы определить эту функцию, не надо решать систему уравнений Гамильтона и не надо знать для неё конкретных начальных условий.*

Доказывают это теоремы, сформулированные Якоби [13] около 150 лет назад. Поясно их предпосылки и доказательства.

Система с f степенями свободы может быть описана, в частности, дифференциальными уравнениями типа (3.4). Энергия системы может явно зависеть от времени t и может быть представлена в форме функции Лагранжа $L(q_j, \dot{q}_j, t)$ или функции Гамильтона $H(q_j, p_j, t)$, которые взаимосвязаны между собой на основе (2.16). На систему для общности

задачи могут быть наложены связи, описываемые m уравнениями так, что число степеней свободы системы есть $f - m = l$.

Предполагается, что для системы в этих условиях остается справедливым принцип Гамильтона, включающий в себя зависимость подынтегральной функции от времени — для любого реального движения выполняется (3.2), а для консервативных систем выполняется (3.3).

Хотя в классической механике нет уравнения состояния, но его необходимость не явно, но постоянно, подчеркивается в виде утверждений о том, что переменные задач механики не являются независимыми.

Это проявляется при переходе к координатам q_j , p_j в принципе Гамильтона, когда вместо производных $\dot{q}_j$ новые переменные p_j нужно вводить дополнительным соотношением:

$$p_j = \frac{\partial L(q_j, \dot{q}_j, t)}{\partial \dot{q}_j}. \quad (3.6)$$

Этот же факт отражает интегрирование по частям при определении вариаций (3.2), (3.3), которое приводит к членам, свободным от знака интеграла, и новому подынтегральному выражению. Опять, как и везде в классической механике, в явном виде нет уравнения состояния при определении энергии, но необходимость в нём предусмотрена в операциях математического аппарата и является для них определяющей.

Кроме того, определение (3.1), в частности, в форме, когда начальная и конечная точка заданы временем t_0 и t_1 , вводит связь между импульсами и координатами в виде:

$$p_j = \frac{\partial S_G}{\partial q_j}, \quad (3.7)$$

что можно проверить, продифференцировав определение (3.1) по q_j , используя при этом (3.6).

Опуская общезвестные подробности, учитывая, что энергия в форме функции Лагранжа и в форме функции Гамильтона взаимосвязаны на основе (2.16), после перехода к координатам q_j , p_j из принципа Гамильтона можно получить уравнения Гамильтона (2.3):

$$\begin{cases} \dot{p}_j = -\frac{\partial H(q_j, p_j, t)}{\partial q_j}, \\ \dot{q}_j = \frac{\partial H(q_j, p_j, t)}{\partial p_j}, \end{cases} \quad (2.3)$$

причём они будут теми дифференциальными уравнениями, которые должны быть выполнены для того, чтобы стоящая под интегралом часть вариации обращалась в нуль.

Этим принцип Гамильтона вводит дополнительные обоснования исходных уравнений классической механики. Но его следствия намного шире.

Пусть L есть функция $2l$ переменных и времени, а функция S определена (3.1).

Тогда более подробно вариация (3.2) есть:

$$\delta \int L dt = \int \delta L dt = \int \left(\sum \frac{\partial L}{\partial q_i} \delta q_i \right) dt + \int \left(\sum \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i \right) dt. \quad (3.8)$$

Выполняется равенство:

$$\int \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i dt = \int \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \frac{d \delta q_i}{dt} dt = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \delta q_i - \int \frac{d(\partial L / \partial \dot{q}_i)}{dt} \delta q_i dt. \quad (3.9)$$

Обозначим значения переменных для нижнего предела интегрирования верхним индексом "°". Тогда:

$$\int \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i dt = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \delta q_i - \frac{\partial L^\circ}{\partial \dot{q}_i} \delta q_i^\circ - \int \frac{d(\partial L / \partial \dot{q}_i)}{dt} \delta q_i dt \quad (3.10)$$

и вариация (3.8) примет вид:

$$\delta \int L dt = \sum \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \delta q_i - \sum \frac{\partial L^\circ}{\partial \dot{q}_i} \delta q_i^\circ + \int \sum \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d(\partial L / \partial \dot{q}_i)}{dt} \right) \delta q_i dt. \quad (3.11)$$

В этой вариации член справа под знаком интеграла обращает в нуль лагранжевы уравнения движения. В членах свободных от знака интеграла с помощью (3.6) можно перейти к гамильтоновым переменным. Тогда получится:

$$\delta \int L dt = \sum p_i \delta q_i - \sum p_i^\circ \delta q_i^\circ. \quad (3.12)$$

В данной постановке задачи пределы интегрирования заданы по времени. Условий на границах интегрирования $\delta q_i = 0$ и $\delta q_i^\circ = 0$ нет. Переменные остались только заданными функциями от t и $2l$ произвольных постоянных. Вариации δq_i и δq_i° представляют только те изменения, которые заданы произвольными постоянными. Поэтому

$$\delta S_G = \sum_{i=1}^r p_i \delta q_i - \sum_{i=1}^r p_i^\circ \delta q_i^\circ + \frac{\partial S_G}{\partial t} \delta t, \quad (3.13)$$

где последний член появляется в том случае, когда время не есть независимая переменная (случай чего конкретно пока не рассматривается).

Если время оставить не варьированным и записать вариацию δS_G , то получится:

$$\delta S_G = \sum \frac{\partial S_G}{\partial q_i} \delta q_i + \sum \frac{\partial S_G}{\partial q_i^0} \delta q_i^0. \quad (3.14)$$

Из сравнения с (3.7) видно, что

$$\frac{\partial S_G}{\partial q_i} = p_i, \quad \frac{\partial S_G}{\partial q_i^0} = -p_i^0. \quad (3.15)$$

Согласно определению (3.1):

$$L = \frac{dS_G}{dt}. \quad (3.16)$$

Так как время t содержится в S_G явно, а также входит в него с участием $q_1, q_2, \dots, q_l$, то должно выполняться:

$$L = \frac{dS_G}{dt} = \frac{\partial S_G}{\partial t} + \sum \frac{\partial S_G}{\partial q_i} \frac{dq_i}{dt}. \quad (3.17)$$

С учётом (3.15) получится:

$$0 = \frac{\partial S_G}{\partial t} + \sum p_i \dot{q}_i - L. \quad (3.18)$$

Откуда на основе (2.16) результат:

$$\frac{\partial S_G}{\partial t} + H = 0. \quad (3.19)$$

В силу (3.6) и (2.16) может быть произведен переход от функций $2l+1$ переменных $t, q_i, \dot{q}_i$ к равному числу функций от t, q_i, p_i . Поэтому в уравнении (3.19) можно использовать $H(q_i, p_i, t)$. В частности, на основе (3.15) уравнение (3.19) можно записать в форме:

$$\frac{\partial S_G}{\partial t} + H\left(t, q_1, q_2, \dots, q_l, \frac{\partial S_G}{\partial q_1}, \frac{\partial S_G}{\partial q_2}, \dots, \frac{\partial S_G}{\partial q_l}\right) = 0. \quad (3.20)$$

Допустим, что найден полный интеграл этого уравнения. Тогда определены столько произвольных постоянных α_i , сколько степеней свободы имеет рассматриваемая система. Само действие S_G в уравнение (3.20) не входит, поэтому из него оно может быть определено только с точностью до аддитивной постоянной. Тогда

$$S_G = S(q_1, q_2, \dots, q_l, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_l, t) + const, \quad (3.21)$$

то есть записано как функция произвольных постоянных.

Уравнение (3.20) есть уравнение в частных производных Гамильтона-Якоби, которому удовлетворяет *действие* в форме S_G как функция от времени t , координат q_i и *постоянных интегрирования* α_i , определяемых, в частности, решением уравнений движения (2.3). То есть действие в классической механике действительно есть функция случайностей.

Так как действие удовлетворяет вариационному принципу (3.2), то оно определено как экстремум в функции от случайностей, а потому может быть одновременно мерой информации о системе — действием-энтропией-информацией, экстремум которого задаёт механическую траекторию подобно критерию I на рис. 1.3.

В случае консервативной системы интегрирование в принципе Гамильтона происходит при *заданной энергии* системы от точки $(q_i)_0$ до точки $(q_i)_1$. В этих точках вариации δq_i и δq_i^0 равны нулю. Кроме того, функция H не зависит от t . Действие при таких предпосылках было обозначено S_L и определяется другой формой уравнения (3.20) Гамильтона-Якоби, которая имеет вид:

$$H\left(q_1, q_2, \dots, q_l, \frac{\partial S_L}{\partial q_1}, \frac{\partial S_L}{\partial q_2}, \dots, \frac{\partial S_L}{\partial q_l}\right) = E. \quad (3.22)$$

Решение этого уравнения будет иметь форму:

$$S_L = S(q_1, q_2, \dots, q_l, E, \alpha_2, \dots, \alpha_l) + const. \quad (3.23)$$

Введение вместо одной из постоянных интегрирования энергии возможно потому, что в (3.22) не входит сама величина S_L . Поэтому одна из постоянных интегрирования является излишней и может быть заменена неопределённой аддитивной постоянной.

Действие есть функция состояния системы, поэтому способом интегрирования (3.22) должен был бы быть метод разделения переменных. Но, как подчеркивалось в главе II и выше, уравнения состояния в механике нет, а в таких условиях этот способ применим не всегда. Опять, как и везде в классической механике, нет явного упоминания об уравнении состояния, но математический аппарат учитывает его необходимость. Это выражается использованием другого способа интегрирования уравнения Гамильтона-Якоби. Кроме того, второе соотношение в (3.15) использует конкретные заданные значения q_0 в то время, как преимущества уравнений Гамильтона-Якоби в том, что они позволяют исключить начальные значения переменных. Решение этих задач дал ещё Якоби [13].

В общем случае при дифференцировании действия по постоянным интегрирования получится два вида соотношений. Один для заданной при варьировании энергии, второй — при заданном времени.

При заданной энергии:

$$\beta_i = \frac{\partial S_L}{\partial \alpha_i}, \quad (3.24)$$

где $i = 2, 3, \dots, l$, то есть использованы $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_l$.

При заданном времени

$$\beta_i = \frac{\partial S_G}{\partial \alpha_i}, \quad (3.25)$$

где $i = 1, 2, \dots$, то есть использованы $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_l$.

Оба случая оказываются объединены общим способом определения β_i , если положить $t = \beta_1$, $E = \alpha_1$, то есть

$$t = \frac{\partial S_L}{\partial E}. \quad (3.26)$$

Величины β_i есть новые постоянные интегрирования, а системы уравнения (3.24) и (3.25) позволяют определить для случая (3.23) траекторию, а для случая (3.21) и движение по траектории во времени.

Доказательство этого дал сам Якоби [13], [21].

Вариационные принципы (3.2) и (3.3) определены различно. В (3.3) рассматривается консервативная система при заданной энергии. Функции Лагранжа в (3.2) и (3.3) зависят от времени, но эти зависимости различны. Что такое время в соотношении (3.26), основанном на предположении принципа (3.3)? Такой вопрос ни в классической, ни в квантовой механике не задают, хотя он принципиален и должен существовать.

Промежуточный итог этого параграфа в том, что *действие в форме S_G и действие в форме S_L с точностью до аддитивной постоянной является функцией $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_l$ произвольных постоянных, а потому функцией случайных начальных условий, учитывающей закономерности реакции системы на них.*

Если сравнить приведенные выше постановки задач Якоби и определение информации в главе I, то видно, что функции S_G и S_L (две формы действия) удовлетворяют требованиям к функциям, описывающим меру информации – энтропию, когда их определяют на основе синтеза информации в виде запоминания случайного выбора. Действительно:

3.1. На основе (3.5) и (3.20) действие есть функция *случайных* начальных условий (сравните 1 в главе I, параграф 5).

3.2. Действие определено при *условиях*, ограничивающих случайности, заданных наложенными на систему m ограничениями, и определенных дифференциальными уравнениями движения элементов системы (сравните 2 в главе I, параграф 5).

3.3. Запоминание, необходимое для синтеза информации – действия, конкретно отображает существование уравнения в частных производных Гамильтона-Якоби и его решения. По существу вывода уравнения Гамильтона-Якоби запоминание с его помощью задано как следствие экстремального условия типа (1.4) в главе I.

Надо отметить, что экстремум (1.4) соответствует максимуму, а принцип Гамильтона (3.2), (3.3) – минимуму. Однако при определении энтропии с помощью гиббсовских вероятностей состояний в виде (1.1a) этот минимум тождественен с больцмановским максимумом числа возможных состояний системы в виде (1.1).

В задании начальных условий случайность неизбежна, а потому сколь бы не были детерминированы уравнения Гамильтона сами по себе они не могут гарантировать однозначность результата при малых возмущениях начальных условий – уравнения Гамильтона не есть первопричина детерминизма механики.

Детерминизм механики задают уравнения в частных производных Гамильтона-Якоби. Они утверждают, что в механике, *несмотря на произвольность начальных условий, существует функция – действие и уравнения в частных производных, с помощью которых её можно определить без интегрирования системы уравнений Гамильтона и не зная начальных условия для неё.*

Можно для элементов механической системы *произвольно* задать *начальные условия*. Однако эволюция системы неустранимо приведёт к новым *случайным* начальным условиям для её элементов, *удовлетворяющим уравнениям Гамильтона-Якоби*. В этом заключается детерминизм природы.

3. Уравнение Шредингера есть условие нормировки действия-энтропии-информации

Если действие в механике есть мера информации, то должно существовать её выражение в форме (1.1) или (1.1a), то есть должна быть возможность записать действие в механике в виде:

$$S = K_k \ln \psi, \quad (3.27)$$

где множитель K_k должен иметь размерность действия и быть адiabатическим инвариантом системы. Если ψ есть вероятности, выраженные действительным числом, то (3.27) есть форма определения энтропии Гиббса (1.1a), которая отличается от (1.1) обратным знаком, так как вероятности меньше единицы, а числа состояний – больше единицы.

Предположу, что действие в уравнениях Гамильтона-Якоби есть энтропия-информация, выраженная в форме (3.27). Тогда должно выполняться:

- определение действия-энтропии-информации (3.27) должно содержать условие нормировки энтропии типа C на рис. 1.2.
- определение действия-энтропии-информации (3.27) вместе с условиями нормировки должно формально-математически присутствовать в аппарате механики и в опубликованных классических работах (что требует основная предпосылка этой работы, сформулированная во Введении).

Это всё действительно выполняется.

Запись действия в форме (3.27) в качестве переменной в уравнении Гамильтона-Якоби с постоянной $K_k = h$ – постоянной Планка использована Шрёдингером в его работе [16] и приводит к уравнению Шрёдингера относительно новой неизвестной функции ψ . Результат – уравнение Шрёдингера есть нормировочное условие для действия как энтропии-информации, определённой уравнениями Гамильтона-Якоби. Это элементарно следует из его основополагающей работы [16]. Поясню подробнее.

Шрёдингер в своей работе рассматривает консервативные системы, а потому берёт за основу уравнение Гамильтона-Якоби в форме (3.22), которое повторно сокращённо:

$$H\left(q_j, \frac{\partial S_L}{\partial q_j}\right) = E, \quad (3.28)$$

где E есть полная энергия системы.

Он использует *формальную* подстановку (3.27) в уравнение в частных производных Гамильтона-Якоби (3.28) как *средство* для того, чтобы *преобразовать* его в такую форму, когда вместо неизвестной функции S в него входит новая неизвестная функция ψ , которая имеет *вид произведения функций, зависящих только от одной координаты*:

$$H\left(q_j, \frac{K}{\psi}, \frac{\partial \psi}{\partial q_j}\right) = E, \quad (3.29)$$

где из соображений размерности он принимает $K = h$ – постоянной Планка. Функция ψ зависит только от координат конфигурационного пространства q_j и *не зависит от импульсов* p_j , то есть задана не в фазовом, а в *конфигурационном* пространстве.

Шрёдингер рассматривает конкретную одноэлектронную кеплерову задачу. С учетом подстановки (3.27) для неё энергия $H(\psi)$ имеет вид:

$$H = \frac{h}{2m} \left(\left(\frac{d\psi}{dx} \right)^2 + \left(\frac{d\psi}{dy} \right)^2 + \left(\frac{d\psi}{dz} \right)^2 \right) + V\psi^2. \quad (3.30)$$

где V есть потенциальная энергия.

Шрёдингер ищет такую действительную во всём конфигурационном пространстве однозначную ограниченную всюду и дважды дифференцируемую функцию ψ , которая дает *экстремальное значение* интегралу по всему конфигурационному пространству от квадратичной формы (3.30). В результате он получает своё известное уравнение, из которого определяется пространственное распределение ψ .

Найти распределение S , которое отвечает максимуму энергии при заданной величине ψ , равносильно нахождению минимума S при заданной величине энергии (то есть максимума энтропии S при больцмановском выборе знака энтропии). Это есть установление соответствия между *заданным количеством энергии и её распределением*, гарантирующим *экстремум энтропии*. Именно в этом главное в больцмановской процедуре нормировки энтропии при её определении в термодинамике. Именно поэтому *уравнение Шрёдингера есть нормировочное условие для действия-энтропии-информации в классической механике*.

В "Добавлении при корректуре" к своей статье [16] Шрёдингер даёт более прямую связь принципа наименьшего действия и функции ψ . Он отмечает, что можно сделать подстановку (3.27) непосредственно в вариационный принцип и решить вариационную задачу

$$\delta \int H d\tau = 0 \quad (3.31)$$

при дополнительном условии для функции ψ , которое задано тем, что функция ψ отображает вероятности:

$$\iint |\psi|^2 d\tau = 1. \quad (3.32)$$

Для H он использует конкретный вид (3.30), а элемент объема в конфигурационном пространстве $d\tau$ выражает с помощью способа, не использованного Гиббсом в его "Статистической механике" [15], когда в фазовом пространстве выделяется отдельно "скоростной объем" и "конфигурационный объем".

Вводя множитель Лагранжа W , можно записать (3.31) в виде:

$$\delta \int \frac{H}{2m} (H - W\psi^2) d\tau = 0. \quad (3.33)$$

Из решения этой вариационной задачи, опять-таки, получается уравнение Шрёдингера, позволяющее определить W и ψ для конкретных условий, которые задает вид функции $H(\psi)$. Но в этом случае аналогия с термодинамикой, где подобная вариационная задача есть условие нормировки энтропии, более наглядна.

Таким образом предположение о том, что *действие есть энтропия – мера информации в классической механике*, приводит к уже существующим в науке фактам и методам, которые однозначно подтверждают такое определение, а уравнение Шрёдингера является нормировочным условием для энтропии-информации, выраженной в виде действия.

По принципу существования *нормировочные условия обратимы во времени*, независимо от обратимости или необратимости процессов с участием действия, которое они определяют. Поэтому обратимость уравнения Шрёдингера не может быть аргументом при анализе вопроса об обратимости или необратимости природы.

Подчеркну итог параграфов 2 и 3 этой главы.

Как и для всех процессов природы, в механике определяющей физической переменной является энтропия-информация. Конкретно её в механике выражает действие.

Энтропия-информация определена всегда для конкретного k -го уровня иерархии синтеза информации (см., главу I). Это справедливо и тогда, когда она есть классическое механическое действие. На общепринятой границе между “волнами” и “частицами” существует два класса процессов синтеза информации.

Один из них относится к области слева на рис. 3.1. Действие-энтропия-информация определено в виде (3.27), аналогичном классическому для термодинамики.

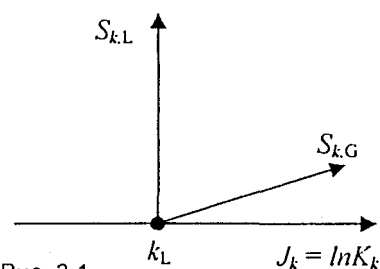


Рис. 3.1.

Действие-энтропия-информация определяющее есть случайности по отношению к синтезированной информации, каковую отражает факт существования и свойства модели материальных точек механики. Материальные точки существуют на $(k + 1)$ уровне иерархии энтропии-информации. Они есть объекты,

Справа от точки синтеза информации возникли новые объекты. Они существуют на основе той информации, которая привела к их синтезу. Она определяет их макроскопические свойства. Эти новые объекты и их макроскопические свойства описывает уравнение в частных производных Гамильтона-Якоби (3.20), (3.22). В этом уравнении

свойства которых задали реальные поля, существующие на микроскопическом, k -том уровне иерархии действия-энтропии-информации.

Существование уравнений Гамильтона-Якоби и уравнения Шрёдингера как их следствия есть доказательство того факта, что *принцип наименьшего действия задаёт классическую детерминированную механическую траекторию как геометрическое место точек максимума энтропии, определенной в механике в виде действия-энтропии-информации* (3.27) на предыдущем уровне иерархии. Ещё раз напомним, что минимум действия есть минимум энтропии при гиббсовском определении её знака и максимум энтропии для больцмановского знака.

Особенность уравнений Гамильтона-Якоби в том, что на $(k + 1)$ уровне иерархии принцип определения траектории, заданный на предыдущем k -том уровне иерархии, сохраняет за “макроскопической” переменной – действием способность отражать случайности на этом “макроскопическом” уровне: уравнения Гамильтона-Якоби есть условия, ограничивающие “макроскопические” случайности, заданные начальными условиями для объектов $(k + 1)$ -го уровня иерархии – материальных точек классической механики.

Пресловутые волны-частицы возникают потому, что неправомерно объединяются процессы на разных уровнях иерархии действия-энтропии-информации – объединяются переменные принципиально разных задач. *Уравнение Шрёдингера не есть уравнение движения* как это обычно (см., например, [52]) трактуется. Оно описывает вероятности потому, что является нормировочным условием для энтропии как характеристики распределения вероятностей, действующих на предыдущем уровне иерархии. Ведь именно так определена энтропия в термодинамике при использовании в ней молекулярно-кинетической теории газов и больцмановских ячеек в фазовом пространстве.

В зависимости от конкретных постановок задач принцип наименьшего действия может иметь разные формы в виде принципов не только Гамильтона, но и Лагранжа, Мопертюи, и другие, соответствие которых критериям синтеза информации рис. 1.4 рассмотрим отдельно.

Принципы наименьшего действия по своему существу (как интегральные принципы) определяют процессы во времени не состоявшем системы в данный момент времени, а её прошлым и будущим. Это кажется противоречием примату причинности в природе.

Вопросы причинности в связи с принципом наименьшего действия возникли сразу. Мопертюи в подзаголовках своей работы о принципе наименьшего действия использует [53] утверждения типа: “Законы, согласно которым движение сохраняется, распределяется и уничтожается, основаны на атрибутах Высшего Разума”. Строго говоря, убедительного

ответа на отмеченные выше вопросы о совместимости причинности и вариационных принципов механики нет и сегодня. Изложенное выше даёт строгий ответ на это противоречие. Поясню.

В главе I было показано, что абстрактное математическое определение информации как запомненного случайного выбора сохраняет общность с наглядными обиходными представлениями, в частности, о предварительном проекте. В простейшем понимании информация связана с возможностью предсказать в определённых границах будущее.

Принципы наименьшего действия в механике, в частности, принцип Гамильтона утверждают, что для механических систем существует информация как физическая переменная и её роль соответствует общему интуитивному пониманию информации как таковой — *информация существует для механических (то есть общезначимых) процессов и, если для системы из многих элементов она известна как физическая переменная, то будущее системы предсказуемо в пределах конкретных границ*. Именно это, а не примитивная трактовка траекторий для уравнений Гамильтона в частной модели обратимого времени, есть утверждение о детерминизме природы.

4. Почему нормировка действия-энтропии-информации приводит к волновым уравнениям в комплексной форме

Повторю цепочку реализации понятия об информации в классической механике.

Касательные и, в частности, канонические преобразования позволяют свести описание физических систем к двум группам степеней свободы (2.17), (2.18) и уравнениям (2.3). Причина центрального места канонических преобразований в науке в том, что *канонические преобразования приводят уравнения классической механики к такой форме, когда действие (то есть информация о системе) становится явной переменной*.

Действие (информация) отличает друг от друга степени свободы (2.17) и (2.18). Для степеней свободы (2.17) информация не играет решающей роли. Для степеней свободы (2.18) она есть определяющая переменная и для неё справедливо уравнение Гамильтона-Якоби. Эти степени свободы связаны с циклическими координатами.

Когда координаты для степеней свободы циклические, существует реальное вращательное движение. Его параметрическое описание будет иметь форму колебательных процессов и волн. Для вращательного движения возможен случай, когда $p_j = \text{const}$. После канонических преобразований и перехода к действию в качестве переменной ему будет соот-

ветствовать условие $S = \text{const}$. Такая система является адиабатической – количество информации в ней сохраняется неизменным. Но сами циклические степени свободы при этом ненаблюдаемы¹.

Из главы I ясно, что ненаблюдаемые степени свободы возникают при синтезе информации как отображение процессов на *предыдущем* уровне иерархии энтропии-информации. Объекты, которые *возникли* в результате синтеза информации, обладают *наблюдаемыми* свойствами. На основе этих свойств для них выбираются определяющие переменные.

Однако эти переменные и их свойства возникли как результат запоминания случайного выбора для переменных, которые были определяющими до синтеза информации. Сами эти переменные после синтеза информации непосредственно в задачах не участвуют – ненаблюдаемы. Они реально существуют, но (иллюстративно) подобны объектам, видимым только с помощью микроскопа.

Связь переменных по разные стороны точки синтеза информации устанавливает нормировка энтропии. В частности, если в задаче о синтезе новой информации существуют циклические координаты, то нормировка энтропии должна установить *распределение энергии колебаний*.

Распределение колебаний в пространстве и во времени по определению *есть волны*. Поэтому уравнение Шрёдингера (нормировка действия-энтропии-информации) обязательно должно быть волновым уравнением, хотя описывает оно не материальные волны, а *распределение* их параметров.

Уравнения Гамильтона (2.3) – частная модель, включающая в себя возможность некорректного определения энергии. Уравнения Гамильтона-Якоби есть наиболее фундаментальные законы в общей картине мира. Причина в том, что они записаны относительно действия, то есть меры информации (как физической переменной) о системе. Подстановка в них явного выражения для информации в форме типа (3.27) позволяет получить уравнения для нормировки этой меры информации, то есть однозначно связать в данной задаче энергию и информацию.

В переменных действия уравнения Гамильтона-Якоби описывают мир, наблюдаемый нами непосредственно. Подстановка действия в форме (3.27) включает в них с помощью функции ψ процессы, относящиеся к предыдущему уровню иерархии энтропии-информации. Инфор-

¹ Идея скрытых переменных, связанных с циклическими координатами развивалась Гельмгольцем [9]. Он многократно подчеркивает ведущую роль принципа наименьшего действия и подчиненность сохранения энергии, но пытается с помощью механики обосновать второе начало термодинамики. Это невозможно, так как (как показано в этой работе) для механики второе начало термодинамики есть исходный аксиоматический принцип, а не следствие её законов.

мация есть иерархическая физическая переменная, поэтому иерархические переменные действия S_k и функции ψ_k существуют на разных уровнях k иерархии информации в природе, как это определено рядом (1.14) в главе I.

Для уравнений Гамильтона-Якоби возможны два класса объектов слева и справа от предельной точки иерархического шага k синтеза информации.

Первый из них реализуется, когда справа и слева от граничной точки k -го шага синтеза информации (рис. 3.1) все координаты (2.18) — циклические.

Это, как правило, случай, когда объектами по обе стороны от точки синтеза информации являются поля и описывающие их волновые уравнения. В этом случае диссипация определена в виде необратимости процессов излучения. Если излучение вовне блокируется "резонаторами", возникающими за счет граничных условий, то волновые процессы стационарны. Это отображает известный факт "вечного движения" на внутриатомном уровне. Поставленные выше кавычки позволяют отложить объяснения понятий, которые ими выделены.

По мере роста номера k уровня иерархии синтеза информации наступает такой момент, когда справа от точки синтеза информации можно найти такие координаты (2.18), которые невозможно представить в виде строго циклических. Этот уровень k_L есть граница, за которой появляются в качестве объектов природы частицы (то есть объекты, которые механика способна описывать с помощью модели материальных точек). В частности, конкретную границу k_L между "волнами и частицами" задает постоянная Планка в роли адиабатического инварианта.

Справа от этого уровня идеализация "резонатора" должна быть заменена идеализацией замкнутой системы в терминах механики. В этой области применение уравнений Гамильтона (2.3) либо требует явного учета соотношения неопределённости (2.15), либо создаёт парадоксы неинтегрируемости. Становится объектом природы тепло как составляющая при описании форм энергии, зависящих от количеств информации (для модели материальных точек).

Столкновения становятся источником необратимости, связанной с экспоненциальным разбеганием траекторий. Выходят на первый план эффекты диссипативной самоорганизации на основе классической энтропии и её изменений в роли функций Ляпунова (рис. 1.3). Для этого уровня иерархии адиабатический инвариант есть постоянная Больцмана k_B .

Процессы диссипативной самоорганизации продолжают иерархию синтеза информации на более высоких уровнях. Для них справа и слева от предельной точки синтеза информации степени свободы (2.18) ис-

пользуют частично или полностью уравнения Гамильтона (2.3). При этом возникают парадоксы из-за неучета уравнения состояния (2.15).

Здесь необходимо напомнить, отмеченную в главе I особенность температуры. Её натуральная размерность есть [обратное время]. Но температура есть интегрирующий множитель, а потому определена с точностью до произвольного множителя. Поэтому единица температуры может быть выбрана произвольно, что и реализовано в физике и термодинамике. Поэтому в физике и в термодинамике постоянная Больцмана, которая должна иметь единицу и размерность действия (энтропии), также получает произвольную единицу и размерность, зависящую от единицы и размерности температуры. В роли одного из однородных аднабатических инвариантов K_4 постоянная Больцмана должна рассматриваться при величине и единице измерения, заданной размерностью и единицей измерения действия.

Как было многократно пояснено выше, хотя уравнения Гамильтона универсальны, их отличие от уравнений Лагранжа наиболее существенно проявляется в задачах с циклическими координатами — с вращением или колебаниями. Поэтому уравнение Шрёдингера как следствие классической механики, в частности, как следствие уравнения Гамильтона-Якоби вносит принципиально новое именно в такие задачи.

Исторически один из существенных результатов на пути становления квантовой механики заключался в том, что не квантуются гиперболические траектории в центральном поле. Дискретность для задач в центральном поле возникает тогда, когда в них присутствуют циклические координаты. Например, в задаче о связанном электроне.

Шрёдингер получил своё уравнение как результат формальной подстановки, описанной в параграфе 3 этой главы. Первично, как и описано в том параграфе, они были записаны в форме функций действительного переменного. В современной науке уже около трёх четвертей века они (и развивающие их уравнения Дирака) записываются и используются в форме функций комплексного переменного с множителем i , например, в операторной форме, учитывающей зависимость от времени:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{L} \psi,$$

где $\hat{L}$ есть некоторый линейный оператор.

В учебнике квантовой механики Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица [54], откуда процитирована предыдущая формула, по этому поводу написано: “множитель i введен здесь для удобства”. В строгой науке “для удобства” не бывает (хотя принцип простоты есть законный методологический принцип интуитивных поисков в науке).

Комплексная форма – обязательная особенность строгого описания колебаний и волн. Колебания, нормировку распределения которых описывает уравнение Шрёдингера, происходят без затухания. Поэтому чисто мнимая форма уравнения Шрёдингера в конечном итоге закономерно отражает этот факт.

Связь “вращения” и квантовой теории описывает теория угловых моментов (а вместе с ними – действия) в виде теории коэффициентов Клебша-Гордана и их связи с группами Ли [55] (то есть связи с основополагающими принципами классической механики).

Кроме того, уравнение Шрёдингера (как и Дирака) описывает не реальные волны, а нормировку распределения колебаний, которое характеризует энтропия. Для нормировочных условий понятие затухания непосредственно не определено, что и задаёт их чисто мнимую форму.

Вычисление амплитуд вероятностей, как способ использования уравнений Шрёдингера и Дирака, имеет смысл по отношению к этим уравнениям как *нормировочным условиям* для действия-энтропии. И в таком смысле для них исключительное значение имеют работы Л.А. Шелепина [55] – [60]. В них показано, что вероятности в форме комплексных цепей Маркова в квантовой механике, опять-таки, описываются на основе групп Ли. То есть аппарат, составляющий основу классической механики (строго описывающий в ней движение материальных точек) одновременно есть аппарат нормировки энтропии-действия до синтеза информации об объектах механики в виде модели материальных точек.

С учётом работ [55] – [60] квантовая механика уже сведена к классической, если признать необходимость в механике уравнения состояния (2.15) при определении энергии и явно признать факт – уравнение Шрёдингера есть нормировочное условие для действия-энтропии-информации.

5. Что такое безразмерные мировые постоянные и как определить их величину

Если существуют более левые на рис. 3.1 уровни иерархии энтропии, чем описываемые адиабатическими инвариантами в виде постоянных Больцмана и Планка, то они должны иметь свои адиабатические инварианты, которые отличаются от $\hbar$ и k_B . Искать эти адиабатические инварианты естественно среди фундаментальных безразмерных постоянных для четырех известных в природе взаимодействий: электромагнитного, гравитационного, сильного и слабого. Об этих постоянных подробно написано в работах И. Розенталя [61] и Л. Окуня [62].

Электромагнитное взаимодействие характеризует фундаментальная безразмерная постоянная тонкой структуры

$$\alpha_e = (e^2/c)/\hbar \approx 1/137,04, \quad (3.34)$$

где e — заряд электрона, $\hbar$ — постоянная Планка², c — скорость света.

Гравитационное взаимодействие характеризует постоянная

$$\alpha_g = (Gm^2/c)/\hbar, \quad (3.35)$$

где G — гравитационная постоянная, m — элементарная масса, остающаяся свободным параметром.

Сильное взаимодействие имеет свою безразмерную константу:

$$\alpha_s = (g_s^2/c)/\hbar, \quad (3.36)$$

где g_s — феноменологическая константа, не имеющая однозначного определения.

Наконец, слабое взаимодействие характеризует постоянная

$$\alpha_w = g_F m^2 c / \hbar^3 = (g_F (mc^2)^2 / c^3) / \hbar^3. \quad (3.37)$$

где феноменологическая постоянная $g_F = 10^{-49} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3$ и называется константой Ферми.

Величины постоянных $\alpha_e, \alpha_g, \alpha_s, \alpha_w$ в современной науке не имеют путей определения из "первых принципов". Они известны эмпирически. При этом однозначно определена численная величина только постоянной тонкой структуры α_e . Для остальных произвол их численной величины может составлять порядки. Кстати, не лишнее напомнить, что такие фундаментальные размерные постоянные как $\hbar, e, c$ численно определены только экспериментально и также не имеют выражения из "первых принципов" (хотя они связаны между собой законом Планка для излучения абсолютно черного тела).

Структуру безразмерных постоянных иллюстрирует пример первых двух. Величины e^2/r и Gm^2/r (где r есть характерный размер) соответственно имеют структуру электрической и гравитационной энергии сферы. Величина c/r связана с характерной собственной частотой для области с размером r . Поэтому в безразмерных фундаментальных постоянных можно выделить числитель (как это сделано в (3.34), (3.35)), который имеет вид отношения характерной энергии для данного вида поля к характерной частоте. Это отношение есть адиабатический инвариант системы, имеющий размерность действия. Это можно обобщить на

² Так как речь идет о численных величинах, то постоянная Планка использована в форме $\hbar$.

сильное взаимодействие (3.36). Числитель при такой структуре безразмерных постоянных (3.34) – (3.36) имеет размерность действия.

Таким образом, если действие в классической механике есть мера информации — энтропия, то экспериментальные данные показывают, что в природе существует не менее трех иерархических уровней для такой энтропии (в дополнение к уровням, заданным $\hbar$ и k_B). Эти уровни связаны с фундаментальными взаимодействиями (электромагнитным, гравитационным, внутриядерным). Они имеют свои адиабатические инварианты $\hbar_k$, которые подобны постоянной Планка $\hbar$ по их роли в природе, но имеют отличную от неё численную величину.

Постоянные $\hbar_k$ равны:

- для электромагнитного взаимодействия:

$$\hbar_e = \alpha_e \hbar, \quad (3.38)$$

- для гравитационного взаимодействия:

$$\hbar_g = \alpha_g \hbar, \quad (3.39)$$

- для внутриядерного сильного взаимодействия:

$$\hbar_s = \alpha_s \hbar. \quad (3.40)$$

В терминах синтеза информации смысл фундаментальных безразмерных постоянных есть:

$$\alpha_{e,g,s} = \frac{\text{единица энтропии-действия для конкретного вида поля}}{\text{единица } \hbar \text{ энтропии-действия для наблюдаемых}}.$$

В таком виде постоянные α_e , α_g , α_s независимы друг от друга.

Постоянные (3.34) – (3.36) можно считать переменными, отвечающими фундаментальным степеням свободы Вселенной как единой системы. Однако тогда необходимо вернуться к основополагающему анализу Планком квантования в системах со многими (числом f) степенями свободы [63].

Существование адиабатических инвариантов позволяет ввести в фазовом пространстве с мерой $\hbar^f$ системы функций $g_{(i)}$, зависящих только от энергии. Задавая их значения, кратные $\hbar$, можно построить гиперповерхности, разбивающие фазовое пространство системы на элементарные области вероятности. Любая фазовая траектория не может пересекать эти поверхности.

Тогда элемент объема в фазовом пространстве есть

$$dg_{(1)} dg_{(2)} \dots dg_{(f)}. \quad (3.41)$$

Системы, в которых все функции $g_{(i)}$ независимы, Планк назвал некогерентными. Объем в фазовом пространстве для них определяется

произведением постоянных вида $n_{(ij)}h$, где $n_{(ij)}$ целые числа. Но если возможны разные по величине постоянные Планка, то определяющими в них для системы со многими степенями свободы будут произведения вида:

$$h_{(1)} h_{(2)} \dots h_{(k)}. \quad (3.42)$$

Фундаментальная безразмерная постоянная слабого взаимодействия (3.37) имеет числитель именно такой структуры с размерностью куба действия.

Поэтому с необходимостью слабое взаимодействие должно быть тем, что накладывает условия связи на три фундаментальных взаимодействия (электромагнитное, гравитационное и сильное). Именно слабое взаимодействие превращает Вселенную в единую систему и детерминирует определяющие её фундаментальные безразмерные (а с ними и размерные) постоянные.

Естественно предположить, обобщая результаты Планка [63], что

$$\alpha_w \approx \hbar_e \hbar_g \hbar_s / \hbar^3. \quad (3.43)$$

Известный факт глобальной неопределенности сценариев эволюции Вселенной (расширяющаяся или пульсирующая), зависящей от существования неопределенности в вопросе о массе покоя нейтрино, подчеркивает эту глобальную роль слабого взаимодействия. Конкретно постоянную слабого взаимодействия определяет принцип *максимума производства энтропии* [2] – [6].

Понятно, что существование разных адиабатических инвариантов h_k (разных "постоянных Планка") для разных фундаментальных полей объясняет эффективность перенормировок в квантовой электродинамике. Они оказываются вариантом устранения аналогов тех самых "катастроф", которые привели Планка к закону излучения абсолютно черного тела и постоянной его имени.

Теперь можно вернуться к уравнению состояния (2.15) при определении понятия энергии в механике. Для разных уровней иерархии действия-энтропии-информации уравнения Гамильтона (2.3) должны быть дополнены уравнениями состояния (2.15) с разными адиабатическими инвариантами h_k – "постоянными Планка" – в правой части, величины которых для каждого уровня иерархии есть конкретное выражение детерминизма Вселенной.

В работах И. Розенталя [61] и Л. Окуня [62] констатируется, что любые *независимые* изменения величины фундаментальных безразмерных постоянных (3.34) – (3.37) приводят к таким вариантам Вселенной, в которых её развитие останавливается на уровне задолго до существую-

щего сегодня. Например, оказывается невозможным образование атомов с атомными номерами, которые больше одного-двух, и подобное.

Такие остановки развития Вселенной при мысленном независимом изменении величины мировых фундаментальных безразмерных постоянных подтверждают, что величину фундаментальных мировых постоянных определяет второе начало термодинамики с помощью принципа *максимума производства* энтропии, сформулированного в работах [2] – [6] и в главе I.

Как именно работает принцип максимума производства энтропии в этих задачах, каков критерий перехода по ступеням иерархии энтропии, почему энтропия есть функция комплексного переменного – расскажу отдельно в продолжении этой книги.

Здесь повторю только, что Р. Клаузиус выбрал термин *энтропия* потому, что это слово означает – способность к превращениям. *Максимум производства энтропии есть максимум способности к превращениям*. Именно поэтому любые мысленные изменения мировых констант, которые не согласованы с этим принципом, приводят к моделям с остановками развития Вселенной на уровнях иерархии гораздо более низких, чем реализуемые сегодня. Именно поэтому во Вселенной закономерно возникли жизнь и разум как высокие иерархические ступени роста энтропии.

6. Время в классической механике и его связь со случайностью начальных условий

Если действие в классической механике есть энтропия-информация, то должна существовать сопряженная с действием переменная, которая с участием случайных начальных условий есть температура системы. Её определение должно быть связано с постоянными интегрирования и должно существовать уравнение для определения температуры без интегрирования уравнений Гамильтона (2.3). Покажу, что это действительно так, приняв за основу работу Якоби [13], и, что следствие этого есть определение единицы времени в механике.

Исходной является система уравнений, например, в форме:

$$\frac{dx_1}{dx} = X_1, \quad \frac{dx_2}{dx} = X_2, \quad \dots, \quad \frac{dx_{2f}}{dx} = X_{n=2f}, \quad (3.44)$$

где X_j есть произвольные функции x_j . В частности, при $x=1$, $x_1, \dots, f = q_j$, $x_{f+1}, \dots, 2f = p_j$, $X_j = \partial H / \partial x_j$ это есть уравнения Гамильтона для замкнутой системы при условиях предпосылок 2.1 – 2.3:

$$\frac{dq_1}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_1}, \quad \dots, \quad \frac{dq_f}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_f}, \quad \frac{dp_1}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_1}, \quad \dots, \quad \frac{dp_f}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_f} \quad (2.3)$$

Система (3.44) интегрируется в смысле первых интегралов с помощью системы уравнений (3.5), записанных относительно постоянных интегрирования α_j .

Для этого значения x_j можно подставить в X_j и получить dx/dt как функцию от x и $n = 2f$ произвольных постоянных α_j . Система (3.44) будет тогда удовлетворяться тождественно при всех значениях переменной x_j и произвольных постоянных α_j . Поэтому можно дифференцировать по каждой из постоянных α_j . Каждое из уравнений (3.44) даст $2f$ уравнений, то есть в целом получится система из $(2f)^2$ уравнений. Для них можно ввести определитель:

$$R = \sum \pm \frac{\partial x_1}{\partial \alpha_1} \frac{\partial x_2}{\partial \alpha_2} \dots \frac{\partial x_{2f}}{\partial \alpha_{2f}} \quad (3.45)$$

и образовать полную производную по $x = t$ от $\ln R$, которая имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d \ln R}{dt} &= \frac{\partial X_1}{\partial x_1} + \frac{\partial X_2}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial X_{2f}}{\partial x_{2f}} = \\ &= \frac{\partial^2 H}{\partial q_1 \partial p_1} + \frac{\partial^2 H}{\partial q_2 \partial p_2} + \dots + \frac{\partial^2 H}{\partial q_f \partial p_f} - \frac{\partial^2 H}{\partial p_1 \partial q_1} - \frac{\partial^2 H}{\partial p_2 \partial q_2} - \dots - \frac{\partial^2 H}{\partial p_f \partial q_f}. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Если интегралы системы (3.44) известны, то можно найти R из (3.46) квадратурой по x , то есть по t .

Правая часть в (3.46) имеет размерность [обратное время]. В силу отмеченной в главе II предпосылки теорем существования и единственности решений систем дифференциальных уравнений о перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных 2.3 правая часть в (3.47) равна нулю:

$$\frac{d \ln R}{dt} = 0, \quad (3.47)$$

а определитель

$$R = \text{const.} \quad (3.48)$$

Условие (3.47) (как следствие предпосылки 2.3) будет также выполняться, если правую часть с помощью уравнений Гамильтона преобразовать в полную производную по t , а также при ещё более узкой предпосылке, когда все X_j не зависят x_j , то есть в многократно выделенном выше случае циклических координат.

Опять на первый план выходят вопросы – что есть такое уравнения Гамильтона и входящие в них переменные?

Исторически [13] уравнениям Гамильтона предшествовали подобные им уравнения Пуассона. Главный смысл этих уравнений Пуассона в том, что существует *одна и та же функция* – энергия, производные от которой определяют *изменение во времени* тех переменных q_j и p_j , по которым берутся производные. Отличие уравнений, полученных Пуассоном, от уравнений Гамильтона в том, что использован частный вид энергии – кинетическая.

Уравнения Гамильтона есть более полное отображение того же принципа – существует *одна и та же функция* – энергия, производные от которой определяют *изменение во времени* тех переменных q_j и p_j , по которым берутся производные. Уравнения Гамильтона связывают *изменения* энергии и *изменения* переменных, задающих фазовое пространство. У Гамильтона этот принцип выражен в общей форме – энергия у него есть полная энергия системы.

Как я многократно подчеркивал выше, в механике уравнения Гамильтона связывают не *сами* переменные q_j и p_j , а только их *изменения в пространстве с изменениями во времени*.

Поэтому уравнения Гамильтона могут иметь смысл только в том случае, если *заданным единицам* q_j и p_j сопоставлена *зависящая от них единица времени*. Иначе производные энергии по q_j и p_j будут несовместны с производными по времени этих же переменных.

Для того, чтобы учесть эту особенность времени в механике, запишем систему (3.44) в форме пропорций:

$$dt : dx_1 : dx_2 : \dots : dx_n = 2f = 1 : X_1 : X_2 : \dots : X_n, \quad (3.49)$$

умножим на произвольную величину X и, заменяя соответственно X_j частными X_j/X , получим систему уравнений, в которой учтена возможность разных масштабов времени в механике:

$$dt : dx_1 : dx_2 : \dots : dx_n = X : X_1 : X_2 : \dots : X_n. \quad (3.50)$$

Смысл введенной при этом переменной $X(x_1, x_2, \dots, x_n, t)$ в том, что она есть множитель пропорциональности между приращениями во времени координат q, p и приращениями энергии вдоль этих координат – множитель связи между изменениями времени и изменениями энергии (напомним, что переменные X_j зависят от тех же аргументов).

С учётом возможности разных масштабов времени уравнение (3.46) переходит в уравнение:

$$\frac{d \ln R}{dt} = \frac{\partial(X_1/X)}{\partial x_1} + \frac{\partial(X_2/X)}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial(X_n/X)}{\partial x_n} = \quad (3.51)$$

$$= \frac{1}{X} \left(\frac{\partial X_1}{\partial x_1} + \frac{\partial X_2}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial X_n}{\partial x_n} \right) - \frac{1}{X^2} \left(X_1 \frac{\partial X}{\partial x_1} + X_2 \frac{\partial X}{\partial x_2} + \dots + X_n \frac{\partial X}{\partial x_n} \right).$$

В частности, соотношения $X_j/X = dx_j/dt$ позволяют привести второй член в правой части (3.51) к виду:

$$- \frac{1}{X} \left(\frac{\partial X}{\partial x_1} \frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial X}{\partial x_2} \frac{dx_2}{dt} + \dots + \frac{\partial X}{\partial x_n} \frac{dx_n}{dt} \right) \quad (3.52)$$

или

$$- \frac{1}{X} \left(\frac{dX}{dt} - \frac{\partial X}{\partial t} \right). \quad (3.53)$$

Если (3.53) подставить в (3.51) то получится:

$$\frac{d \ln R}{dt} = \frac{1}{X} \left(\frac{\partial X_1}{\partial x_1} + \frac{\partial X_2}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial X_n}{\partial x_n} \right) - \frac{1}{X} \left(\frac{dX}{dt} - \frac{\partial X}{\partial t} \right) \quad (3.54)$$

или:

$$\frac{d \ln (XR)}{dt} = \frac{1}{X} \left(\frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial X_1}{\partial x_1} + \frac{\partial X_2}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial X_n}{\partial x_n} \right). \quad (3.55)$$

В случае, когда правую часть в (3.55) с использованием (3.50) можно преобразовать в полную производную по t или выражение в скобках в правой части равно нулю, выполняется $XR = \text{const}$, а определитель R как функция случайных начальных условий есть: $R = \text{const}/X$ и может быть определён без интегрирования уравнений Гамильтона.

Если учтено (как составляющая определения энергии) уравнение состояния в частной форме (2.11) с нулевой константой в правой части или в общем строгом виде (2.15), то энергия в задачах механики определена строго. Поэтому набор $(2f-1)$ первых интегралов уравнений Гамильтона существует. Недостаёт только того первого интеграла, который замыкает систему уравнений Гамильтона, определяя единицу измерения времени.

В этом случае можно $(2f-1)$ уравнений (3.5) представить в виде:

$$\begin{aligned} x_2 &= \phi_2(t, x_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2f}), \\ x_3 &= \phi_3(t, x_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2f}), \\ &\dots, \\ x_{2f} &= \phi_{2f}(t, x_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2f}), \end{aligned} \quad (3.56)$$

и останется непроинтегрированным только одно уравнение, записанное в полных дифференциалах:

$$Xdx_1 - X_1dt = 0 \quad \text{или} \quad dx_1 = \frac{X_1}{X}dt. \quad (3.57)$$

С учётом (2.3) это уравнение связывает координату q (длину в конфигурационном пространстве) энергию H и время t . Его интеграл в форме (3.56) есть:

$$x_1 = \phi_1(t, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2f}). \quad (3.58)$$

Сравнение (3.58) с (3.56) и (3.5) показывает, что функции ϕ в (3.56) и функции ϕ в (3.5) переходят друг в друга при подстановке вместо x_1 его значения ϕ_1 .

Можно ввести производные от $x_2, x_3, \dots, x_{2f}$ как функций $x, x_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{2f}$. Для них производная по постоянным интегрирования есть, например:

$$\frac{\partial x_m}{\partial \alpha_i} = \left(\frac{\partial x_m}{\partial \alpha_i} \right) + \left(\frac{\partial x_m}{\partial x_1} \right) \frac{\partial x_1}{\partial \alpha_i}, \quad (3.59)$$

где скобки поставлены для того, чтобы отличить производные при сформулированном в этом абзаце условии. Индексы изменяются от 2 до $2f$ включительно. Для $i = 1$ выполняется:

$$\frac{\partial x_m}{\partial \alpha_1} = \left(\frac{\partial x_m}{\partial x_1} \right) \frac{\partial x_1}{\partial \alpha_1}, \quad (3.60)$$

а производные

$$\left(\frac{\partial x_2}{\partial \alpha_1} \right) = \left(\frac{\partial x_3}{\partial \alpha_1} \right) = \dots = \left(\frac{\partial x_m}{\partial \alpha_1} \right) = 0. \quad (3.61)$$

На этой основе, опуская громоздкие выкладки, которые есть, например, в [13], можно ввести определитель:

$$Q = \sum \pm \left(\frac{\partial x_2}{\partial \alpha_2} \right) \left(\frac{\partial x_3}{\partial \alpha_3} \right) \dots \left(\frac{\partial x_{2f}}{\partial \alpha_{2f}} \right), \quad (3.62)$$

который связан с определителем R соотношением:

$$R = \frac{\partial x_1}{\partial \alpha_1} Q. \quad (3.63)$$

Якоби пишет в [13] о (3.63) – “Это уравнение имеет величайшую важность”. Это действительно так, причём даже в большей степени, чем это выделил сам Якоби.

Определитель R , как ясно из предыдущего, можно найти без интегрирования уравнений Гамильтона. Определитель Q как функция случайных начальных условий (отраженных закономерностями постоянных интегрирования) задан $(2f-1)$ уже произведенным интегрированием.

Уравнение (3.57), позволяющее ввести в механику время вместе с его единицей, есть уравнение в полных дифференциалах, в котором X и X_1 есть функции от $x = t$ и x_1 . Если, используя вышележащее, найти для него интегрирующий множитель, то задачи механики исчерпывающе определены как в условиях обратимого времени (то есть при предположениях 2.1 – 2.3), так и при времени, как необратимой переменной.

Пусть для (3.57) полный интеграл есть:

$$F(t, x_1) = \alpha_1 \quad (3.64)$$

Разрешая (3.64) относительно x_1 получим выражение (3.58), подстановка которого в (3.64) превращает его в тождество. Тогда дифференцирование по α_1 даёт:

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial \alpha_1} = 1. \quad (3.65)$$

На основании (3.63) следует, что:

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} = \frac{Q}{R}. \quad (3.66)$$

Если обозначить $\tilde{M}$ интегрирующий множитель для (3.57), то можно записать:

$$\tilde{M}X = \frac{\partial F}{\partial x_1} \quad \text{и} \quad -\tilde{M}X_1 = \frac{\partial F}{\partial t}, \quad (3.67)$$

то есть

$$\tilde{M} = \frac{1}{X} \frac{\partial F}{\partial x_1} = \frac{Q}{XR}. \quad (3.68)$$

Итог изложенного выше сформулирован Якоби в виде теоремы об интегрирующем множителе для уравнения в полных дифференциалах (3.57). Приведу её формулировку полностью.

Если в системе дифференциальных уравнений (3.50) выражение

$$\frac{1}{X} \left(\frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial X_1}{\partial x_1} + \dots + \frac{\partial X_n}{\partial x_n} \right) \quad (3.63)$$

есть полная производная по времени t , а также, если известны $n-1$ интегралов данной системы, и из этих интегралов можно определить переменные $x_2, x_3, \dots, x_n$ как функции от t, x_1 и $n-1$ произвольных посто-

янных интегрирования в виде (3.56); и если поэтому остаётся проинтегрировать только дифференциальное уравнение (3.57), то выражение:

$$\tilde{M} = \frac{Q}{XR} \quad (3.64)$$

есть интегрирующий множитель этого дифференциального уравнения, а

$$XR = e^{\int \frac{1}{X} \left(\frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial X_1}{\partial x_1} + \dots + \frac{\partial X_n}{\partial x_n} \right) dt} \quad (3.65)$$

и определитель Q есть (3.62).

В частности, если

$$\frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial X_1}{\partial x_1} + \dots + \frac{\partial X_n}{\partial x_n} = 0, \quad (3.66)$$

то

$$XR = \text{const} \quad (3.67)$$

и сам определитель Q есть интегрирующий множитель.

Если ввести

$$M = \frac{1}{XR}, \quad (3.66)$$

то в предположения сформулированной теоремы Якоби интегрирующий множитель уравнения (3.57) может быть определён из уравнения в частных производных:

$$X \frac{d \ln M}{dt} + \frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial X_1}{\partial x_1} + \dots + \frac{\partial X_n}{\partial x_n} = 0 \quad (3.67)$$

или в переменных q и p уравнение (3.67) будет иметь вид:

$$X \frac{d \ln M}{dt} + \frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial^2 H}{\partial q_1 \partial p_1} + \dots + \frac{\partial^2 H}{\partial q_f \partial p_f} - \frac{\partial^2 H}{\partial p_1 \partial q_1} - \dots - \frac{\partial^2 H}{\partial p_f \partial q_f} = 0. \quad (3.68)$$

Уравнение (3.57) связывало между собой конфигурационное пространство, энергию и время. Обратите внимание на (3.53), (3.55), учитывая то, что многократно подчеркивалось в главе II. *Перестановочность дифференцирования во вторых смешанных производных есть предположение, которое тождественно, неустраимо задаёт обратимость времени в механике.* Следствия этого – равенство частных и полных производных по времени в (3.53). С учётом этого из проиллюстрированных выше преобразований следует однозначный вывод.

Существует универсальная функция случайных начальных условий в виде определителя R , выраженная через постоянные интег-

рирования, которая может быть однозначно определена без интегрирования уравнений движения Гамильтона в двух случаях:

- при обратимости времени;
- при необратимом времени и возможности конкретной записи полных производных по времени, которые отличаются в этом случае от частных производных по времени (см. (2.43)).

Последний множитель Якоби определяет, что обратимое время в классической механике есть параметрическая переменная и масштаб, с которым оно входит в уравнения Гамильтона, устанавливается равным единице самими уравнениями Гамильтона.

Решающая особенность механики – анализ первых интегралов и их зависимости от времени. Исходно первые интегралы определены для консервативной системы, которую описывают функции состояния. Для неконсервативной системы в общем строгом случае первые интегралы не определены. Однако локально они существуют. Поэтому всё сказанное выше распространяется и на неконсервативные системы. Для локально консервативных систем возникают существенные особенности.

Идеальная замкнутая система имеет обратимое время. Но замкнутые системы есть частный случай природы с необратимым временем. Их сопоставление друг с другом должно включать в себя сопоставление масштабов времени в них.

Если система консервативна, то как подчеркивалось выше, с помощью интеграла энергии можно исключить одну из переменных, выразив её как функцию остальных переменных и постоянной E . Для задач с циклическими координатами существует интеграл вида (2.50), который вводит частоты ω_i . Тогда последнее интегрирование уравнения типа (3.57) может быть квадратурой, связывающей последний множитель Якоби и частоты. В частности, такую частоту, которая задаёт минимальный масштаб времени в системе (о котором говорилось в связи с (2.94) параграфа 8 предыдущей главы).

Перестановочность дифференцирования 2.3 не входит в обязательные условия существования последнего множителя Якоби. Поэтому в общем строгом случае последний множитель Якоби определяет характерную для системы частоту. Именно этот смысл имеет решённая Якоби около 150 лет назад задача о его последнем множителе.

Задача Якоби о последнем множителе и введенная в связи с этим переменная X определяют при какой единице измерения времени уравнения Гамильтона имеют смысл – совместны. Но Якоби ограничен предпосылками 2.1 – 2.3, поэтому в их рамках для такой постановки задачи он получает строгий, но, казалось бы, очевидный результат –

множитель X есть единица, что в общем случае быть не должно. Тот факт, что Якоби такую задачу поставил и решил, есть свидетельство понимания им неочевидности принятого в механике понятия о времени. Поколения, наследовавшие ему, это понимание утратили, сведя его результаты к техническому приёму интегрирования уравнений Гамильтона. Не исключено, что если бы Якоби прожил ещё те тридцать лет, которые были отпущены многим людям даже в XIX веке, то Пуанкаре не смог бы разорвать естественно развивавшуюся связь механики и термодинамики, задавив и запутав всех своим авторитетом.

Вернусь к уравнениям Гамильтона и ещё одному способу вывода уравнения для последнего множителя, приведенному в оригинальной работе Якоби [13].

По определению в виде (2.27), (2.28) первого интеграла системы уравнений Гамильтона, если функции F_j есть первые интегралы, то должно выполняться:

$$\begin{aligned} X_1 \frac{\partial F}{\partial x_1} + X_2 \frac{\partial F}{\partial x_2} + \dots + X_{2f} \frac{\partial F}{\partial x_{2f}} &= 0, \\ X_1 \frac{\partial F_1}{\partial x_1} + X_2 \frac{\partial F_1}{\partial x_2} + \dots + X_{2f} \frac{\partial F_1}{\partial x_{2f}} &= 0, \end{aligned} \quad (3.71)$$

$$\dots, \\ X_1 \frac{\partial F_{2f-1}}{\partial x_1} + X_2 \frac{\partial F_{2f-1}}{\partial x_2} + \dots + X_{2f} \frac{\partial F_{2f-1}}{\partial x_{2f}} = 0.$$

Независимыми являются $2f-1$ первых интегралов. Это возможно при условии, что определитель:

$$R = \sum \pm \frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{\partial F_1}{\partial x_2} \dots \frac{\partial F_{2f-1}}{\partial x_{2f}} = \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial x_1} & \frac{\partial F}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F}{\partial x_{2f}} \\ \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_{2f}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial F_{2f-1}}{\partial x_1} & \frac{\partial F_{2f-1}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_{2f-1}}{\partial x_{2f}} \end{vmatrix} = 0. \quad (3.72)$$

Если адьюнкта, соответствующая j -тому элементу определителя R есть A_j , то условие $R=0$ можно записать в форме:

$$A_1 \frac{\partial F}{\partial x_1} + A_2 \frac{\partial F}{\partial x_2} + \dots + A_{2f} \frac{\partial F}{\partial x_{2f}} = 0, \quad (3.73)$$

что есть условие необходимое и достаточное для того, чтобы функция F была интегралом уравнений Гамильтона. Сравнение (3.71) и (3.73) показывает, что должно выполняться:

$$\frac{A_1}{X_1} = \frac{A_2}{X_2} = \dots = \frac{A_{2f}}{X_{2f}} = M. \quad (3.74)$$

Если между адьюнктами A_j существует тождественное соотношение:

$$\frac{\partial A_1}{\partial x_1} + \frac{\partial A_2}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial A_{2f}}{\partial x_{2f}} = 0, \quad (3.75)$$

то с учетом (3.74) справедливо дифференциальное уравнение в частных производных для определения множителя M , которое имеет вид:

$$\frac{\partial(MX_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial(MX_2)}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial(MX_{2f})}{\partial x_{2f}} = 0. \quad (3.76)$$

После выполнения дифференцирования и деления обеих частей результата на MX_1 , используя преобразования, аналогичные предыдущему параграфу, получим уравнение типа (3.69). Откуда следует, что M в (3.74) имеет тот же смысл последнего множителя Якоби, что и в предыдущем параграфе.

Равенство нулю для (3.75) возможно, если все коэффициента при членах этой суммы равны нулю.

Это можно доказать, если учесть, что левая часть (3.75) с учётом (3.74) есть линейная однородная функция вторых производных от функций $F_1, F_2, \dots, F_{2f-1}$, которые входят в неё только в форме вторых смешанных производных. При этом используется, что одинаковых (с точностью до перестановочности дифференцирования) производных в составе суммы (3.75) может быть только две.

Каждая из адьюнкт в членах с конкретными индексами m и l , соответствующих перестановке порядка дифференцирования, равна:

$$A_m = \frac{\partial A_m}{\partial F_1} \frac{\partial F_1}{\partial x_l} + \dots + \frac{\partial A_m}{\partial F_j} \frac{\partial F_j}{\partial x_l} + \dots + \frac{\partial A_m}{\partial F_{2f-1}} \frac{\partial F_{2f-1}}{\partial x_l}, \quad (3.77)$$

$$A_l = \frac{\partial A_l}{\partial F_1} \frac{\partial F_1}{\partial x_m} + \dots + \frac{\partial A_l}{\partial F_j} \frac{\partial F_j}{\partial x_m} + \dots + \frac{\partial A_l}{\partial F_{2f-1}} \frac{\partial F_{2f-1}}{\partial x_m}.$$

Тогда коэффициент при попарных смешанных производных есть:

$$\frac{\frac{\partial A_m}{\partial F_j}}{\frac{\partial}{\partial x_l}} + \frac{\frac{\partial A_l}{\partial F_j}}{\frac{\partial}{\partial x_m}}. \quad (3.78)$$

Сами адьюнкты выражаются как производные от определителя R в виде:

$$A_m = \frac{\frac{\partial R}{\partial F}}{\frac{\partial}{\partial x_m}} \quad \text{и} \quad A_l = \frac{\frac{\partial R}{\partial F}}{\frac{\partial}{\partial x_l}}. \quad (3.79)$$

Но тогда по основному свойству определителей равно нулю выражение, которое есть искомый коэффициент:

$$\frac{\frac{\partial^2 R}{\partial F \partial F_j}}{\frac{\partial}{\partial x_m} \frac{\partial}{\partial x_l}} + \frac{\frac{\partial^2 R}{\partial F \partial F_j}}{\frac{\partial}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial x_m}} = 0. \quad (3.80)$$

Как подчеркивалось в параграфе 1 главы II, связь между независимыми переменными, необходимая для существования понятия — энергия, в классической механике задаётся самими уравнениями Гамильтона. Это же подчеркивают и приведенные выводы уравнений для последнего множителя Якоби. Второе уравнение состояния (которое в термодинамике называют калорическим) в виде определения последнего множителя Якоби может быть *при обратном времени* получено из самих уравнений Гамильтона. Опять всё замыкается на перестановочность дифференцирования во вторых смешанных производных. Она делает неспецифическими все уравнения состояния при определении энергии с помощью уравнений Гамильтона.

Однако *в общем случае* выполнения адиабатического уравнения состояния в форме (2.15) *уравнения состояния независимы от уравнений Гамильтона. Их нельзя получить из самих уравнений Гамильтона ни при какой строгости выводов.* Они должны быть получены любым *независимым* от них способом (в том числе могут быть и просто угаданы).

Множитель Якоби в классической механике безразмерный. Однако во все соотношения и в промежуточных выкладках он (и связанный с ним определитель R) могут быть выражены в виде произведений XR , XM , то есть $M = \theta$, как и полагается температуре системы, при независимом втором уравнении состояния может иметь размерность обратного времени. Соответственно время в уравнениях Гамильтона станет безразмерным, имеющим свою конкретную единицу измерения, подобно тому, как в теории колебаний оно всегда имеет безразмерную форму ω .

В строгом понимании время в классической механике всегда выражается в форме $\omega_0 t$, где ω_0 – некоторая характерная частота (и соответствующая ей единица времени) в независимых от уравнений Гамильтона уравнениях состояния.

Смысл температуры как физической переменной: *температура в термодинамике и в механике есть множитель, устанавливающий масштаб времени в замкнутой системе.*

7. Соотношение неопределённости (уравнения состояния в механике) – причина детерминизма природы

В классической механике процесс называется *детерминированным*, если его *будущее и прошлое* однозначно определяется *состоянием в данный момент времени*. Эталонном детерминизма принимается траектория материальной точки классической механики, описываемая уравнениями Гамильтона (2.3) при заданных начальных условиях.

Классический детерминизм явно или неявно включает в себя обратимость траектории (времени). Например, в литературе достаточно высокого уровня можно встретить утверждения, что процессы распространения тепла относятся к недетерминированным, так как описывающие их уравнения в частных производных параболического типа не позволяют однозначно описать предисторию. Будущее при теплопередаче (необратимом процессе) определяется состоянием системы в данный момент, прошлое – нет.

Передача тепла есть один из самых распространённых процессов в природе. Если его отнести к недетерминированным, то что вообще останется от определения детерминизма? Поэтому ясно, что исходное определение детерминизма в науке весьма далеко от совершенства. Обратимость и детерминизм надо, всё-таки, разделять.

На уровне одного элемента механической системы или законов взаимодействия двух (изолированных от остальных) элементов системы понятие детерминизм есть синоним существования самого элемента и законов взаимодействия изолированной их пары.

Начальные условия в случае одного элемента зависят только от его окружения *отличными от него* элементами. Их влияние на него и есть его свойства как элемента системы.

Законы взаимодействия изолированной пары элементов вводят во влияние начальных условий (как свойство элемента системы) возможность его окружения не только чужеродными, но и тождественными с ним элементами.

Для трёх и более элементов возникает понятие системы элементов. Его отличие в том, что начальные условия не могут быть заданы только описанием состояния чужеродных элементов окружения — они включают в себя взаимодействие однородных элементов системы. Не случайно трудности в классической механике начинаются от задач трёх тел.

Понятие — *детерминизм* для системы элементов есть синоним утверждения, что *в любой момент времени, для любого состояния системы её можно хотя бы мысленно остановить и “запустить” вновь*. При этом поведение системы (допуская возможность конечного во времени и в пространстве переходного периода) не будет отличаться от поведения системы, в предистории которой остановки не было.

При такой формулировке понятия — детерминизм теплопроводность парадоксов не создаёт. Однако, если речь идёт даже об единственной материальной точке классической механики, то в таком определении детерминизма необходимы оговорки. Например, при движении материальной точки между выпуклыми идеально отражающими стенками ошибка начальных условий для направления движения может нарастать экспоненциально. Поэтому остановка и последующее продолжение движения даже единственной материальной точки может терять тот смысл, который связан с понятием — детерминизм. Исследования подобных задач сформировались в самостоятельную область [64].

Если система состоит из многих взаимодействующих между собой элементов (например, газ “бильярдных шаров” Больцмана), то экспоненциальное нарастание ошибки обрывается, но система хаотизируется. После этого о детерминированной траектории в классическом понимании и речи быть не может.

Поэтому многочисленные и разнообразные рассуждения о детерминизме, основанные на уравнениях Гамильтона в их классическом понимании (и начальных условиях для них), справедливы в редких конкретных случаях. Это элементарно понятно, поэтому ещё Якоби начал искать выходы из этого противоречия, формулируя теоремы “о возвращении” — в определённых условиях траектории всюду плотно покрывают некоторую область. В результате любое состояние в этой области многократно достижимо, что можно пытаться использовать для обоснования классического детерминизма. Пуанкаре распространил эти теоремы конкретно на фазовое пространство.

Анализу возможных вариантов поведения механических систем с учётом теорем о возвращении посвящена обширная литература. Главный вывод из известных результатов — в механических системах, состоящих из многих элементов, траектория конкретного элемента системы неустойчива по отношению к малым возмущениям начальных условий. При

этом скорость роста возмущений относится к одной из самых больших среди известных в природе неустойчивостей.

Этот бесспорный, многократно и тщательно исследованный факт означает необходимость признать, что *определение детерминизма с помощью уравнений Гамильтона и однозначно заданных начальных условий не может быть без существенных оговорок реализовано в природе, а потому ошибочно*. Подчеркну: не может быть оспорено определение понятия – детерминизм как связи настоящего с будущим (и при существенных оговорках и с прошлым). Но конкретное определение понятия – детерминизм с помощью траекторий, описываемых уравнениями Гамильтона при предпосылках 2.1 – 2.3 и заданных начальных условиях, содержит некорректность, превратившуюся в длительно существующую ошибку.

Для того, чтобы в механической системе из многих элементов существовал детерминизм, должно быть исключено влияние на её эволюцию малых изменений начальных условий.

Проблемы детерминизма для деятельности человека универсальны. Понятие детерминизм выражают без парадоксов законы логики – ДА, НЕТ, ИЛИ. В частности, их реализацией является арифметический счёт. В нём нет экспоненциального роста ошибок. Более того, в нём нет необратимости – точный результат может быть обращён столь же точно до исходных величин. Если человеку известны случаи точного обратного во времени детерминизма, не зависящего от малых ошибок, то их особенности логично принять за основу самого понятия – детерминизм.

Поэтому можно определить: *детерминизм есть возможность остановить систему в данный момент времени и после этого тоже-действенно продолжить её эволюцию, несмотря на ошибки, не выходящие за пределы заданного двустороннего порога*. При этом уровень отклонений параметров, принятый порогом, ограничивающим ошибки начальных условий, сохраняется как в процессе всех взаимодействий, так и в окончательном результате. Результат детерминированного процесса может служить новыми начальными условиями (как и любое промежуточное состояние системы). Такое определение конкретно указывает, что значит по данному состоянию предсказать будущее системы и, если система обратима, включает возможность восстановить прошлое. Будущее и прошлое понимаются как конечные интервалы, зависящие от постановок задач.

Поясно такое понимание детерминизма и малых ошибок на примере арифметических вычислений как некоторой машинной процедуры.

Устройство для вычислений, реализующее вышеприведенное определение детерминизма, есть, например, архаичный сегодня механичес-

кий арифмометр. В нём задана единица в виде зубца на колесе. Малые ошибки в изготовлении этих зубцов не меняют результата работы арифмометра. Понятие – малые в этом случае есть всё, что гарантирует невозможность “проскакивания” зубцов или “заклинивания” колёс. Если ошибки превышают этот двусторонний *порог*, то арифмометр как изделие не существует. Если они внутри этого порога, то результат вычислений детерминированный – задан начальными условиями и законом эволюции системы.

Логика в виде взаимодействий электрических импульсов ДА, НЕТ, ИЛИ есть эволюционно первичное в работе нервных систем всех видов жизни [2], [3], [65]. В этом случае также результат не зависит от малых ошибок амплитуды этих импульсов. Опять – малы означает *пороги*, в пределах которых существует нервная система как таковая. В основе современных компьютеров и телефонной связи лежит этот же принцип.

В продуктах человеческой деятельности величину допустимой ошибки – порог срабатывания для операций ДА, НЕТ, ИЛИ при взаимодействиях элементов системы – задаёт человек. Для нервных систем это же реализуют законы электрохимических реакций в сочетании с естественным отбором.

В общем случае детерминизм в природе возможен тогда, когда существуют фундаментальные *точные пороги* допустимых *ошибок*, которые заданы *независимо от человека*.

Однако логика или арифметический счёт используют импульсы – дискретные состояния, а в природе детерминизм преимущественно определён по отношению к непрерывным процессам. *Принцип порога ошибок* должен участвовать в определении понятия *детерминизм* для *непрерывных траекторий*.

Поясню дополнительно к главе II как уравнения состояния в форме соотношений неопределённости (2.15), (2.77), (2.81) задают для механической системы порог ошибок с явно выраженной границей, то есть задают детерминизм механики, подобный детерминизму арифмометра.

Существуют абстракции – предел функции в точке и понятие о непрерывности. Их основа – введение бесконечно малых приращений, например, $dq_j \rightarrow 0$, $dp_j \rightarrow 0$.

Неоднократно подчёркнутая выше особенность механики в том, что уравнения Ньютона связывают силы и ускорения – вторые производные по времени. Начальные положения и начальные скорости могут быть выбраны произвольно. Касательные, в частности, канонические преобразования С. Ли используют это и описывают движение материальной точки механики как взаимодействие областей при преобразова-

ниях фазового пространства. В результате для уравнений Гамильтона пределы $dq_j \rightarrow 0$, $dp_j \rightarrow 0$ теряют то своё исключительное значение, которое создало ньютоновскую механику.

Предпосылки 2.1 – 2.3 сохраняют в классической механике практическую роль этих пределов, но она не обязательно решающая – можно обойтись и без них. В частности, области, взаимосвязанные каноническими преобразованиями, могут быть конечными.

Поскольку в механике начальные положения и начальные импульсы могут быть выбраны произвольно, то можно сформулировать независимое от уравнений Гамильтона условие связи между ними – уравнение состояния. Эта же специфика задаёт, что взаимная связь координат и импульсов должна быть сформулирована для приращений dq_j , dp_j , в частности, так, что они получают конечный предел снизу (см. параграф 5 главы II). Возникает неопределённость классической траектории, в пределах которой условно само понятие траектории (как для зубца арифмометра).

Уравнения состояния независимы от уравнений Гамильтона. В результате уравнения состояния вводят в механику конечные интервалы приращений там, где классически при предпосылках 2.1 – 2.3 существовал для них нулевой предел. Например, адиабатическое уравнение состояния в форме (2.15) и связанные с ним уравнения состояния (2.77), (2.81). В результате конечный предел для традиционно бесконечно малых приращений устанавливает верхний *предел таких возмущений*, которые не могут повлиять на будущее системы или сказаться в попытках восстановить её прошлое. Математическая кривая с пределом в точке – абстракция. Реальность, а с ней и детерминизм, определяются иным.

Детерминированные законы движения для материальных точек механики и всех видов полей в виде канонических преобразований С. Ли остаются. Абстракция математической кривой с пределом в точке – получает ограничение области применения. Ну и что? Бесконечно тонкий оптический луч благополучно уступил место конечной по ширине области нулевого порядка дифракции. Кроме пользы от этого в науке ничего не произошло.

Уравнения состояния как условия взаимосвязанной конечности малых приращений вводят в *определение детерминизма для непрерывных траекторий* важнейшую особенность, казалось бы, присущую только дискретным сигналам – *ошибки в пределах величин, не выходящих за ограничения уравнений состояния* (2.15), (2.77), (2.81), *не могут изменить результирующее состояние системы*.

Для механических траекторий появляются и действуют *пороговые условия*, заданные по своей конкретной величине одним из самых фун-

дамеитальных понятий науки — *определением энергии*. Они зависят от адиабатического инварианта системы и размеров области, в которой происходят процессы. Величину адиабатического инварианта определяет принцип максимума производства энтропии — максимум способности к превращениям. Размеры области в частных случаях заданы внешними условиями или формируются фундаментальными законами природы.

Например, как известно из оригинальной работы Шрёдингера [16], нет необходимости предварительно знать границы области, в которой рассматривается нормировка действия-энтропии-информации (например, размер атома). Конечный размер атома можно получить из условий ограниченности функций в нуле и на бесконечности.

Кроме того, уравнения Гамильтона-Якоби описывают закономерности реакции системы на случайные начальные условия в той их части, которая зависит от самих элементов системы. Результат — в механике есть переменная — действие, которая описывает как закономерности, заданные случайными начальными условиями, так и их связь с процессами предыдущего уровня иерархии действия-энтропии-информации. Поэтому детерминизм механики существует *не вопреки, а на основе* обязательно присутствующих в ней случайностей.

Траектории в классической механике включают в себя неопределённость. Но она для системы из многих элементов мала по сравнению с результатами *неустойчивости траектории* из-за взаимодействий элементов. *Неопределённость траекторий уже присутствует в механике*, например, в виде 300 производных Мозера [46]. Численные эксперименты (см., например, [50]) подтверждают её существование. Механика остается в таком виде детерминистичной, но это детерминизм наиболее вероятных состояний, *детерминизм экстремума действия* как характеристики реальной траектории. Невероятная *острота этого экстремума — это и есть детерминизм природы*.

Вариационные принципы в форме Гамильтона и Лагранжа, которые вводят действие-энтропию-информацию, и уравнение в частных производных Гамильтона-Якоби для этой переменной есть источники детерминизма природы.

Понятие — детерминизм означает, что для системы определены энергия, информация о системе и масштаб времени в ней, а потому её будущее как замкнутой или локально замкнутой системы задано в конкретных пределах во времени и в пространстве, несмотря на возможность малых ошибок в реальных траекториях системы.

Связь такого определения с классическими подходами механики задаётся тем, что уравнение Гамильтона-Якоби в частных производных может быть получено из уравнений Гамильтона, и наоборот.

Соотношение неопределённости Гейзенберга с символом Δ (в формах, принятых в физике (2.13), (2.78), (2.82)) также вводит пороги возможных ошибок в системе. Такой подход к информационному содержанию соотношения неопределённости Гейзенберга использован в [66]. Но в этом случае неоправданно вводится индетерминизм вероятностного описания. Именно общепринятый символ d бесконечно малых приращений, но ограниченных конкретными условиями снизу, позволяет задать точный порог ошибок, необходимый для существования детерминизма. Существуют малые возмущения, не противоречащие однозначности планетных орбит.

8. Детерминизм в квантовой механике

Общепринятая трактовка квантовой механики противопоставляет классическому детерминизму (выражаемому уравнениями Гамильтона (2.3)) отсутствие, якобы, детерминизма в квантовой механике. Считается, что в квантовой механике ни прошлое, ни будущее не определены однозначно настоящим.

В предыдущем параграфе я показал, что детерминизм классической механики имеет причину аналоги в ней, казалось бы, сугубо квантовых эффектов. Поэтому общепринятая трактовка детерминизма в квантовой механике нуждается в уточнениях. Рассмотрю их.

Вернусь к параграфу 8 главы I о классической бальцмановской нормировке энтропии с уточнениями, введенными в моих предыдущих работах и в этой книге.

Дано фазовое пространство и определена с помощью уравнений состояния типа (2.15), (2.77), (2.81) энергия системы. Если в качестве независимых переменных заданы координаты q_j в конфигурационном пространстве и импульсы p_j , то существуют сопряженные переменные в виде их производных по времени $\dot{q}_j$ и $\dot{p}_j$. Уравнения Гамильтона выражают связь между ними. Поэтому уравнения Гамильтона определены как для "частиц", так и для всех видов полей. Уравнения состояния вводят конечный элемент площади в фазовом пространстве $dq_j dp_j = K_k$. Это позволяет разбить фазовое пространство на ячейки. Поскольку уравнения состояния (2.15), (2.77), (2.81) вводят, в частности, конечные элементы энергии, то, как и в методе Больцмана, можно ввести числа заполнения ячеек фазового пространства, не зависящие от природы частиц или полей, описываемых уравнениями Гамильтона. Так как адиабатический инвариант системы K_k конкретно свой для каждого класса систем, то числа заполнения ячеек велики, как и необходимо для подсчета числа возможных состояний системы методом Больцмана. Числа возможных

состояний системы равноправны с вероятностями состояний при гиббсовской форме записи энтропии или выражении её с помощью функций распределения.

Поэтому нормировка действия-энтропии-информации определена универсально, независимо от вида элементов, движение которых описывают соответствующие им по форме уравнения Гамильтона.

Однако из метода и результатов исходной работы Шрёдингера [16] следует, что существует способ отобразить результат нормировки энтропии без подсчёта чисел заполнения ячеек и в координатах только конфигурационного пространства. Этот способ есть запись и решение уравнения Шрёдингера для конкретных задач и их условий.

Нормировка энтропии Больцмана проводится в фазовом пространстве. Уравнение Шрёдингера записано для конфигурационного пространства – сечения фазового пространства. Если нормировка энтропии проводится в μ -пространстве Эренфеста, то конфигурационное пространство есть обычное трёхмерное пространство. Соответственно в нём и формулируется тогда уравнение Шрёдингера.

Уравнение Шрёдингера как форма представления результатов нормировки энтропии только косвенно учитывает импульсные координаты фазового пространства. Но есть адиабатическое уравнение состояния системы (2.15), связывающее координаты в конфигурационном пространстве и импульсы. Оно позволяет замкнуть задачу, сопоставляя импульсы с помощью (2.15) координатам конфигурационного пространства.

Адиабатическое уравнение состояния (2.15) записано в Γ -пространстве. В том случае, когда уравнение Шрёдингера записано в μ -пространстве, необходимое при этом осреднение приводит к записи уравнения состояния в форме (2.13), которая обычна для физики. Используемый при этом символ Δ и его вероятностное понимание – плата за огрубление задач при переходе к μ -пространству. Форма уравнений состояния (2.13), (2.78), (2.82) есть конкретное выражение этой платы. Однако в Γ -пространстве нет необходимости в такой форме их записи.

В литературе (см., например, [52]) формулируется, что принцип неопределённости Гейзенберга вводит индетерминизм. Это не так.

Детерминизм природы задан возможностью проигнорировать малые ошибки на основе конкретных особенностей фазового пространства. Это однородно, в одинаковых формах проявляется и в классической, и в квантовой механике. Количественно эти эффекты в классической и в квантовой механике различны, качественно – однородны.

Проиллюстрирую сформулированные выше принципы обычным в учебниках квантовой механики сопоставлением в классической и в квантовой терминологии результатов пролёта “частиц” от точечного источ-

ника (1 на рис. 3.2) через отверстия 2, 3 в перегородке 4, отделяющей источник 1 от экрана 5.

Количество описанных в литературе мысленных экспериментов с этой схемой огромно. Например, для определённости отошлю читателей к книге Р. Фейнмана [52]. Достоверный результат опытов с такой схемой (неважно, что они мысленные) состоит в том, что для материальных точек классической механики распределение их попаданий на экран будет

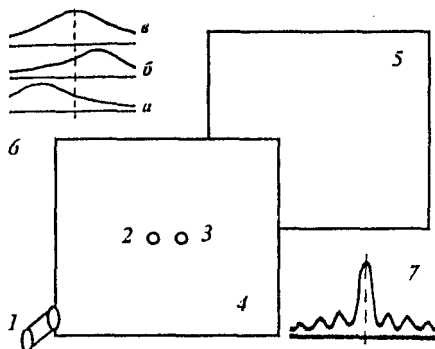


Рис. 3.2.

иметь вид сопла, из которого газ истекает в вакуум, или электронной пушки, или генератора ионно-электронной плазмы, и подобного.

При такой форме анализа задачи рис. 3.2 возможна классическая механическая её постановка: определим уравнение состояния для вытекающего из источника газа, определим с помощью Больцмановской нормировки энтропию и температуру для этого газа и решим конкретно сформулированную с помощью рис. 3.2 задачу механики сплошной среды. Естественно, что при этом процедуру нормировки при определении энтропии проводят безотносительно к данной задаче (реально большинство механиков вообще напрочь забывают даже о её существовании в аппарате науки; энтропия механиками используется как предварительно известная макроскопическая переменная). Газодинамическое решение задачи рис. 3.2 подразумевает, что между источником 1 и экраном 5 элементы, составляющие движущуюся среду, взаимодействуют между собой с помощью столкновений или полей (для заряженных частиц).

Что именно получится на экране в данном контексте описывать нет необходимости, так как это другая задача. Исходная постановка задачи рис. 3.2 подразумевает, что элементы системы (атомы или молекулы, заряженные частицы) движутся от источника до экрана без столкновений: характерные размеры устройства рис. 3.2 на много порядков величины больше длины свободного пробега элементов, выходящих из 1.

описываться кривыми б. От одного отверстия – кривая а. От другого – б. От обоих вместе – в. Для реальных атомов или молекул, для заряженных частиц, например, электронов их распределение на экране описывается дифракционной картиной типа 7, которая подобна картине дифракции от оптического источника.

Реально источник частиц 1 в такой схеме может

иметь вид сопла, из которого газ истекает в вакуум, или электронной пушки, или генератора ионно-электронной плазмы, и подобного.

В такой постановке задачи неприменима энтропия, вычисленная для газа, и методы газодинамики. Длина свободного пробега велика по отношению к характерным размерам задачи. Каждый элемент движется независимо от остальных.

Поэтому необходимо *до решения задачи* определить что есть такое каждый элемент, летящий от источника к экрану, *какой комплекс свойств отвечает определению единственного элемента.*

В газовой динамике задачу описания элемента, составляющего газ, решают, исходя из осреднённых характеристик газа как сплошной среды. Они, в частности, наблюдаемы в экспериментах (например, общеизвестные газовые законы прошлого века).

По осреднённым макроскопическим характеристикам газа синтезируют модель частиц, составляющих газ. Потом проверяют постановками теоретических и практических задач, что в них эта модель работает.

Абсолютизировать так полученную модель нет никаких оснований. Совпадает такая модель единственной частицы газа, в частности, с наблюдениями над единственными частицами – прекрасно. Но результаты экспериментов в схеме рис. 3.2 *с такой моделью не совпадают* (не важно, что фактически эксперименты поставлены иначе). Вопрос исчерпан. Обсуждать на основе несостоятельной модели движение чего бы то ни было между источником и экраном – бессмысленно.

Необходим способ определить модель индивидуальных элементов из каких-то, пока неизвестных, “первых принципов”. В прошлом казалось, что их в науке нет.

Однако Шрёдингером было угадано некоторое уравнение. В то время ещё не было “наукометрии”, научные журналы ещё не стали распределителями “дефицита”. И сам Шрёдингер понимал, что есть запретные слова, и обходил их. Поэтому его уравнение было опубликовано, а не задавлено рецензиями, что оно есть бездоказательное утверждение.

Далее выяснилось, что предсказания этого уравнения совпадают с экспериментом. Вразумительного объяснения этому не было ни у Шрёдингера, ни у других. Правда, Шрёдингер всё время помнит о своей формальной подстановке (3.27) и всю жизнь пытается найти её смысл, но среди остальных немало тех, кто вообще напрочь о ней забыли. Уравнение Шрёдингера работает в практических задачах, уточняется Дираком, становится источником новых направлений развития науки и техники, хотя его смысл неясен. Для приличия есть некая его трактовка как странного уравнения движения в квантовой механике, но такая трактовка противоречит многим естественным для человека представлениям. Это классики науки XX века понимают, упоминают, но вынуждены стыдливо игнорировать под прикрытием всяких слов.

Я утверждаю в [2] – [6] и в этой книге, что Шрёдингером с использованием уравнений классической механики в форме Гамильтона-Якоби угадано уравнение, описывающее *нормировку* действия-энтропии-информации, заданной в форме (3.27).

Как *нормировочное условие* уравнение Шрёдингера:

- использует формулу Гиббса при определении действия-энтропии-информации, то есть имеет аргументом вероятности состояний;
- не прямым образом зависит от конкретного вида объектов, описываемых уравнением Гамильтона-Якоби и с его участием уравнениями Гамильтона;
- имеет волновой тип, чем неявно утверждает, что относится к тем уровням иерархии действия-энтропии-информации, на которых определяющие – поля;
- сопоставляет вероятности решениям для ψ -функции (как составляющим нормировочного условия) в виде величины $|\psi|^2$ – квадрата модуля амплитуды решений волнового уравнения Шрёдингера;
- отображает сечение фазового пространства по его конфигурационным координатам, а потому в каждой области конфигурационного пространства должно быть с участием соотношения неопределённости Гейзенберга дополнено координатами в пространстве импульсов;
- может быть записано в трёхмерном μ -пространстве при граничных условиях данной постановки задачи, что содержит осреднение, в частности, при дополнении импульсными координатами;
- может содержать в числе своих аргументов время, но оно не есть переменная, участвующая в описании кинетики установления новой нормировки энтропии;

Итог этого для задачи, отображённой схемой рис. 3.2. Систему в постановке задачи рис. 3.2 и “частицы” в ней определяет действие-энтропия-информация предыдущего уровня иерархии. На предыдущем уровне иерархии свой адиабатический инвариант, свои сугубо конкретные уравнения состояния, свои дискретные размеры ячеек в фазовом пространстве, свой вид уравнения Гамильтона-Якоби. Если получать из них уравнения Гамильтона, то они отвечают, в частности, тем полям, которые характерны для этого, предыдущего уровня иерархии, и, самое главное, содержат специфику уравнений состояния полей на этом предыдущем уровне иерархии.

Но именно последнего в современной науке нет. Возникает ситуация, когда элементы системы ($k - 1$) уровня иерархии действия-энтропии-информации не определены конкретно через ответственные за них субстанции (например, поля). Но специфика нормировочных условий (в данном случае уравнения Шрёдингера) такова, что это не мешает найти в конфигурационном пространстве (и в частном случае в евклидовом трёхмерном пространстве) такое распределение действия-энтропии-информации ($k - 1$) уровня иерархии, которое при заданной энергии гарантирует максимум действия-энтропии-информации в каждой области пространства — произвести нормировку энтропии. Тогда распределению максимумов этой энтропии можно сопоставлять условную часть свойств объектов k -того уровня иерархии.

Эти *объекты распределения* можно называть частицами, волнами или любыми словами. Как объекты распределения они определены строго. Для этого нет необходимости исчерпывающе знать их свойства как *объектов природы* — поскольку речь идёт о распределении, часть их свойств можно проигнорировать, заменяя произвольными названиями.

Для определения свойств элементов системы k -го уровня действия-энтропии-информации на основе распределений для ($k - 1$) уровня иерархии, уравнение Шрёдингера записывается при конкретных граничных условиях, например, заданных схемой задачи рис. 3.2. Оно описывает распределение объектов с циклическими координатами. Поэтому даёт в виде конкретного решения волновой эквивалент распределения вероятностей $|\psi|^2$ попадания некоторых (не обязательно строго определённых) объектов на экран. Это есть нормированное на единицу абстрактное распределение того, что названо любым словом и обладает минимальной специфичностью — циклическими определяющими координатами. В частности для задачи рис. 3.2 волновые уравнения дают то, что в оптике называется дифракционной картиной, например, в виде кривых 7 на рис. 3.2. Это есть совпадающий с экспериментом факт, однако, каковы в деталях объекты, которые отвечают этому распределению? — ответа в уравнении Шрёдингера нет и быть не может.

Приведенное выше объяснение дифракционного вида результата 7 мысленных экспериментов в схеме рис. 3.2 в значительной мере аналогично известному. Но использованный при этом факт — уравнение Шрёдингера есть нормировочное условие — принципиально изменяет обычные в литературе последующие сопоставления результата решения уравнения Шрёдингера с движущимися объектами.

Для того, чтобы *от решений уравнения Шрёдингера* на рис. 3.2 перейти к каким-либо объектам *надо вернуться в строгим виде к*

уравнениям Гамильтона. Путь для этого — подставить действие-энтропию-информацию в уравнение Гамильтона-Якоби, то есть от функции ψ вернуться к *действию* как переменной механики. Восстановить при этом недостающую информацию: конкретную величину адиабатического инварианта, конкретные законы данного поля в виде специфических именно для него уравнений состояния, перейти от уравнения Гамильтона-Якоби к уравнениям Гамильтона в форме, соответствующей полю (с учетом уравнений состояния, отвечающих полю).

Только после этого, полученным этим путём объектам можно присваивать, теперь строгие, наименования и обсуждать их свойства.

Является ли электрон или молекула (как экстраполяция на малые размеры следствий механических, газодинамических или электродинамических макроскопических аналогий) объектами, обладающими свойствами, которые строго следуют из реализации подобной цепочки, или нет — *a priori* дать ответ невозможно.

Уравнение Шрёдингера есть *нормировочное* условие для *распределения* вероятностей. Поэтому оно может модельно правильно описывать совершенно *разные* объекты.

Нет и не может быть “волн-частиц” в том толковании, которое многократно повторяется в современной квантовой механике. В природе существуют объекты, описываемые в фазовом пространстве. Существует информация о них и её нормировка в виде уравнения Шрёдингера. На основе этой информации и предварительного знания их конкретных (не отражённых в уравнении Шрёдингера) свойств должно формулироваться конкретно для этих объектов уравнение Гамильтона-Якоби и с его помощью уравнения движения Гамильтона.

Информация существует отдельно, уравнения движения — отдельно. Строгость их совместного существования гарантирует неопределённость в виде уравнений состояния (2.15), (2.77), (2.81) и нормировка действия-энтропии-информации.

Связь между нормировкой энтропии и уравнениями движения устанавливает уравнение Гамильтона-Якоби. Но конкретный вид элементов системы должен быть определён в терминах уравнений Гамильтона для соответствующих полей с соответствующими им уравнениями состояния. Иначе эта связь неконкретна.

Природа детерминирована, то есть ограничено чувствительна к ошибкам начальных условий. Детерминированные объекты описываются взаимосогласованным диапазоном канонически сопряженных пар переменных, то есть обязательно описываются с участием соотношений неопределённости типа гейзенберговских — уравнений состояния.

При использовании уравнения Шрёдингера как нормировочного условия это соблюдено только в той мере, в какой требует сама постановка задачи о нормировке энтропии. Поэтому квантовая механика столь же и так же детерминирована, как и классическая. Причины этого едины — существование порогов чувствительности к ошибкам начальных условий, заданных соотношениями неопределённости Гейзенберга. Количественные реализации этих причин — различны. Но квантовая механика неполна. В ней отсутствует строгий возврат от распределений к конкретным объектам.

Детерминированное описание движения с участием неопределённости дают канонические преобразования С. Ли. В самом общем виде их свойства отображают симметрии теории групп, зависящие от укрупнённых деталей реализации объектов. Потому-то свойства “элементарных частиц” удалось описать только на языке теории групп. На таком языке это возможно при неполном знании свойств объектов этих теорий.

Симметрии не являются самостоятельными законами природы. Они есть наглядное представление (которое допускает теория групп) той части свойств реальных объектов природы, которые описывают закономерности касательных (канонических) преобразований как строгого представления движения в природе.

Хотя необходимость перехода от уравнений Шрёдингера и Дирака к уравнениям Гамильтона понимали все классики уже почти лет сто, многочисленные варианты осуществления этой программы не вызывали удовлетворения классиков-авторов (тем более, на связь такой программы с детерминизмом они даже не пытались указать).

Уравнение Гамильтона-Якоби в его классическом виде (3.22) это и есть выражение в квантовой механике оператора энергии для нестационарной (изменяющейся во времени) функции ψ Шрёдингера:

$$-H\left(q_1, \dots, q_f, \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial q_1}, \dots, \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial q_f}\right) \psi(q_1, \dots, q_f; t) = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} \psi(q_1, \dots, q_f; t). \quad (3.81)$$

Подстановка (3.27) в нём сохранена. Не завершён *возврат к действию как переменной механики*. Уравнение состояния учтено в нём только частично — как отказ от предположения о перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных, введение некоммутативности. Отсутствует в современной квантовой механике специфическая часть уравнений состояния, содержащая свойства конкретного поля, распределение колебаний в котором описывает $|\psi|^2$. Операторная форма уравнений квантовой механики — это только удобная экономная запись. В ней нет самостоятельного содержания.

Нормировка энтропии характеризует распределения, сложным образом зависящие от свойств самих элементов. Результат нормировки энтропии можно описать непрерывными функциями, независимо от дискретности ячеек в фазовом пространстве. Но при переходе к уравнениям движения классической механики нужна *конкретная* специфика *свойств элементарного объекта*, осреднённое поведение которого описывает уравнение Гамильтона-Якоби. Кроме того, классическое уравнение Гамильтона-Якоби получено в условиях нулевого предела объёма в фазовом пространстве и других предпосылок классической механики. Возврат от уравнения Шрёдингера к уравнениям Гамильтона должен происходить в условиях одновременного действия *двух несопоставимых моделей*, что и вызывает трудности и неудовлетворённость.

Это же связано ещё с одним принципиальным вопросом.

Уравнение Шрёдингера может включать в число своих переменных время. Но это уравнение есть *нормировочное условие*. Время в нём участвует в описании эволюции *установившихся распределений*. *Кинетика установления распределения уравнением Шрёдингера не описывается*. Проявляется это при неадиабатических процессах.

Реально установление максимума энтропии проходит во времени и за *конечное* время. Есть неполнота принятого научного описания реальности. Можно догадываться, что время установления максимума энтропии для характерных постановок квантовомеханических задач мало, но оно обязательно конечно и заметно в масштабах времён соответствующего уровня иерархии действия-энтропии-информации.

Современная квантовая теория не может описать кинетику процесса, например, перехода между энергетическими уровнями в атоме. Это неадиабатический процесс (сопровождающийся изменением количества информации в системе). Измерения также есть неадиабатический процесс, кинетика которого не описывается уравнением Шрёдингера.

Уравнения Шрёдингера или Дирака используют тот факт, что существуют какие-то поля и циклические координаты в них. В современной науке пока нет конкретного описания этих полей. Например, известно, что масса электрона не есть чисто электромагнитная. Отличие мало, но существует. Следствие однозначно – ответственное за электрон поле сложнее просто электромагнитного. Без определения соответствующих полей кинетику установления распределения, выражаемого уравнением Шрёдингера (Дирака), описать невозможно.

Ключ к формулировке уравнений, описывающих кинетику установления нормировки энтропии (описываемой уравнением Шрёдингера или Дирака), содержится в работах [55] – [60].

Детерминизм квантовомеханических процессов определён и существует в тождественных формах с детерминизмом классических процессов, если те и другие определены строгим образом.

9. Обратимость и необратимость классическая и квантовая

Понятие — детерминизм — тесно связано с классической и с квантовой необратимостью. Литература по этим вопросам необъятна по объёму, уровню, составу авторов (см., например, обзор [67]). Поэтому в качестве основы, отражающей существующее положение в этой области, приведу одну, но современную и высоко квалифицированную работу [68].

Работа начинается с констатации общепринятой точки зрения на необратимость в классической и в квантовой механике — все факты свидетельствуют о необратимости реального мира, однако законы классической механики являются обратимыми во времени и основные уравнения квантовой механики также обратимы во времени.

Сопоставлю эту общеизвестную постановку задачи с тем, что изложено в моих предыдущих работах [2] — [6] и в этой книге.

Действительно, уравнения Гамильтона на основе их предпосылок строго обратимы во времени. Но для системы из многих элементов механические траектории *невоспроизводимы* из-за *неустойчивости*, возникающей в результате столкновений. Скорость нарастания возмущений для этой неустойчивости имеет один из самых больших масштабов в природе. Обратимость классической механики задана *предпосылкой* уравнений Гамильтона (перестановочностью дифференцирования во вторых смешанных производных), а не их решениями.

Ошибочно в общепринятой постановке задачи о необратимости и утверждение об обратимости уравнений квантовой механики. В квантовой механике обратимо уравнение Шрёдингера как *нормировочное условие для действия-энтропии-информации*. Но уравнение Шрёдингера не есть уравнение движения. Его обратимость не есть непосредственно обратимость движений. Уравнение Шрёдингера определяет свойства перемененной в уравнении в частных производных Гамильтона-Якоби.

Вернусь к работе [68]. Задача, поставленная в ней, стандартна — получить необратимость из обратимых основ двух самых фундаментальных областей современной науки — классической и квантовой механики. Отмеченное выше, показывает, что в общепринятой постановке задачи, которая принята за основу в [68], содержится ошибка.

Дальше в [68] идёт вариант (одной из многих за более чем 150 лет) попытки решения этой некорректно поставленной задачи на примере разреженного газа. Констатируется, что больцмановская H-теорема вводит необратимость на основе гипотезы о молекулярном хаосе.

Естественно, что замена t на $-t$ строго обращает движение молекул газа. Однако неизбежно сколь угодно малые ошибки в начальных условиях при обращении задачи за ничтожное число соударений делают обращённые траектории полностью несопоставимыми с прямыми во времени. Молекулярная система есть “усилитель” внешнего шума с огромным коэффициентом усиления. Вывод, который из этого делается в [68], стандартен – поведение газа стало необратимым, так как возмущения из внешнего окружения, хаотизирующие систему, могут быть сколь угодно малыми и их контроль невозможен. Дополнительный вывод в этой работе в том, что для возникновения необратимости нет необходимости в передаче или изъятии энергии из газа.

Оба вывода стандартно ошибочны.

Для того, чтобы обратить скорости в системе, необходимо “открыть” замкнутую систему, затратить энергию. Это в работе [68] (как и обычно) не анализируется.

Обращение времени связано с переходным процессом. Обращённая система рассматривается после завершения этого процесса в предположении, что он не изменил первоначальную энергию системы и параметры других взаимодействий с окружением.

Для обращения времени к системе подвели энергию и отобрали её. Каким образом это было произведено – из постановки задачи исключено. Система до обращения времени была (и тождественно осталась после обращения времени) замкнутой – той же самой по конкретным численным значениям условий. В тот отрезок времени, когда происходило обращение времени, она была другой – открытой. Но *при этой реальности никакой необратимости не возникло*. Система была обратимой, описываемой уравнением Гамильтона-Якоби, и осталась после переходного процесса тождественно той же – описываемой конкретно, количественно тем же уравнением Гамильтона-Якоби. От него в любой момент времени и в пространстве можно перейти к уравнениям Гамильтона. *Обращённая и необращённая система тождественны и строго подчиняются обратным во времени законам классической механики*, но в эти законы по 150-летним принципам их первичного вывода *не входит, что обратимость требует тождественности обращённых траекторий*.

“Машины времени” не было, нет и не будет ни при каком развитии науки. Обратимость существует в природе в смысле Лазаря и Садн Карно – безударность, обратимость локального микропроцесса. Можно поднять с пола и вернуть на место упавшую вазу, но только, если она не разбилась. Никакое развитие науки больше такой локальной обратимости не даст. Однако существуют конкретные идеализированные исключения

из тех, которые только подчёркивают правило. Например, обратим цикл Карно — можно иметь и тепловую машину, и холодильник — тепловой насос. Но реально это всегда разные устройства. Нельзя вынуть из автомашины бензиновый мотор и поставить его работать холодильником. Не будет кондиционер мотором в машине.

Обратимость времени в классической механике есть предположение о перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных и сами уравнения Гамильтона как условие связи независимых переменных при определении энергии в механике, заменяющие независимое уравнение состояния. В терминах Н-теоремы Больцмана этот случай подчиняется условию сохранения количества энтропии-информации: $dS = 0$.

Не может быть даже мысленно объектом природы то, что в результате бесконечно малых возмущений абсолютно невоспроизводимо. Таким является понятие траекторий для индивидуальной частицы при обращении времени в стандартной постановке задачи о необратимости в классической механической системы из многих элементов.

Кстати, надо подчеркнуть, что в строгом смысле классической механики обратимой будет и система, обменивающаяся энергией с окружением, если она адиабатическая — сохраняет количество информации. Напоминаю, что адиабатичность понимается здесь в широком смысле маятника Эренфеста (глава I), когда в системе с циклическими координатами $dE/dv = K_k$. Необратима система, в которой $dS > 0$. При этом S есть *действие-энтропия-информация*.

По определению обратимость тавтологична тождеству $dS \equiv 0$. Энтропия есть *число*, характеризующее *функцию распределения энергии* по ячейкам фазового пространства. Если система неизменна и замкнута так, что подвода энергии нет, то нечего изменять в функции распределения. Так как система неизменна, условия, ограничивающие распределение остаются тождественно неизменными и не могут быть причиной изменения распределения. Подвода энергии нет, поэтому нечего распределять заново. Удивительно, но заблуждение о возможности роста энтропии без подвода энергии (вне переходного процесса) достаточно массовое. Я об этом писал ранее в [69]. Причины, по которым вопрос о возможности необратимости в системе без подвода энергии возникал на заре развития термодинамики, сегодня не действуют.

Поэтому утверждение статьи [68] о том, что необратимость есть явление, не связанное с изменением энергии, ошибочно. Необратимость без обмена энергией с окружением может возникать только в переходных процессах. Это не исключает возможности частных случаев строго

адиабатического изменения энергии — изменение энергии есть, но с необратимостью оно не связано.

Кроме того, в работе [68] отсутствует упоминание о том, что молекулярный хаос Больцмана вводит циклические координаты в системы с поступательным движением их элементов. Это одна из ведущих идей Больцмана, которая почти полностью выпала из современных анализов основ необратимости, а не только из конкретной работы [68].

Для продолжения анализа проблемы необратимости в классической механике в [68] рассматривается мысленный эксперимент с разреженным газом в сферической полости, оболочка которой зеркально отражает частицы газа. Предполагается в [68], что эта механическая система обратима в терминологии, использующей обращение направления времени в уравнениях Гамильтона. Оболочка погружена в точно такой же газ при той же плотности и средней скорости теплового движения атомов (той же температуре), находящийся в тепловом равновесии со всем окружающим миром.

Мысленный эксперимент заключается в том, что оболочка мгновенно разрушается без всяких воздействий на газ по обе её стороны.

Утверждается в [68], что первое же столкновение с атомом внешнего газа создаст необратимость в газе, и волна этой необратимости со скоростью звука пойдёт вовнутрь бывшей полости.

Опять та же ошибка. В данной постановке мысленного эксперимента газ внутри и вовне полости после разрушения оболочки останется столь же обратимым, как и до её разрушения. Ведь действие-энтропия-информация (как инвариант канонических преобразований, описывающих движение внутри и вовне полости, и как переменная в уравнении Гамильтона-Якоби) в процессе этого эксперимента измениться не может. Раз действие осталось неизменным, то сохранилось и количество информации на единицу объёма газа по обе стороны бывшей оболочки (как физической переменной). Можно обсуждать процесс синхронизации флуктуаций после разрушения оболочки и возможное воздействие на него связи с внешним миром, открывшейся для внутреннего газа.

Поэтому все последующие в [68] подсчёты изменения количества информации в этом эксперименте не вполне корректны. Кроме того, элементарная ячейка объёма в фазовом пространстве для газа задана не постоянной Планка, а адиабатическим инвариантом K_2 газа как системы, то есть постоянной Больцмана. Эти ячейки тождественны по величине и заполнению по обе стороны оболочки до и после её разрушения. Нормировка энтропии (см. параграф 8 главы I) тождественна по обе стороны оболочки и сохраняется после её разрушения.

Кстати, о конкретных подсчётах количеств информации в [68]. Энтропия-информация есть физическая переменная, хотя её искусственно можно измерять в *натах* (то есть при множителе K в определении энтропии (1.1) равном единице). Естественная единица измерения энтропии-информации иерархична. В частности, в газах она есть постоянная Больцмана, выраженная в единицах действия.

Выше я сказал о флуктуациях, о которых не упоминается даже косвенно в работе [68], хотя их роль (как я покажу ниже) для задачи об обратимости и необратимости в классической механике решающая.

Обратимость или необратимость классической механики имеет смысл рассматривать в том случае, если для системы из многих элементов классической механики (примером которой является газ) существует *детерминизм*. Как было показано в предыдущем параграфе, для этого необходим *порог*, заданный уравнениями состояния. Этот порог возможен, если дифференцирование определено *неперестановочно* (в том числе в классическом случае).

Однако в науке принимается противоположное — *перестановочность* дифференцирования как условие обратимости классической механики. Поэтому *детерминизм механической системы оказывается противоречащим её обратимости*. Дополнительная самостоятельная гипотеза Больцмана о молекулярном беспорядке разрывает этот порочный круг. Вот почему она необходима в статистической механике.

Природа от гипотез человека не зависит. В строго обратимой классической механике обязательно присутствует необратимость. Её выражают флуктуации. Система пришла к равновесию. Рост энтропии прекратился. Но флуктуации существуют и в равновесной системе.

В главе I я ввёл в формулировку второго начала термодинамики дополнительное утверждение — вечное равновесие невозможно. Сформулированное выше парадоксальное противоречие для равновесного газа Больцмана показывает, что конкретным выражением этого являются флуктуации в равновесном состоянии системы. В системе закончились все переходные процессы. Подвода тепла или энергии нет. Она пришла, казалось бы, в окончательное равновесие. Но флуктуации в ней остались.

В аксиоме IV главы I было подчёркнуто, что *замкнутая* система находится в *динамическом равновесии* с окружающей средой. В таких условиях *флуктуации могут переносить энергию через границу замкнутой системы*. В результате возможна неравновесность системы, которая *кажущимся образом* не требует обмена энергией с окружающей средой. Это есть макроскопические “квантовые флуктуации вакуума” (например, для газа).

Вообще, в вопросах необратимости и их связи с детерминизмом природы непонимания слишком много даже в сугубо классической механике. Например, типичный случай необратимого процесса есть теплопроводность. Она описывается уравнениями в частных производных параболического типа, которые исключают возможность по состоянию в данный момент восстановить прошлое системы. На основе этого типичны утверждения, что необратимость уравнений теплопроводности делает процесс распространения тепла недетерминированным. Это нонсенс. *Детерминизм необратимого процесса* может и должен заключаться именно в том, что *по состоянию в данный момент принципиально нельзя восстановить прошлое*. Если уж процесс необратим, то он должен таковым и оставаться, что и подтверждает математический аппарат.

Естественно, что *дополнительные условия* могут дать возможность восстановить прошлое даже для принципиально необратимых систем. Но это относится к исключениям, которые подчёркивают правила.

Для классической механики отмеченное выше о порогах всё-таки остаётся принципиальными, но малыми, поправками. Иное положение при анализе необратимости в квантовых системах. Как я подчеркивал неоднократно в этой книге, квантовая механика есть классическая механика при необратимом времени (при невыполнении предпосылки о перестановочности дифференцирования).

С учётом этого проанализирую соображения статьи [68] о квантовой необратимости. Опять в статье [68] мысленные эксперименты проводятся над газом. Он заключен в оболочку с зеркально отражающими стенками. Рассматривается случай, когда вырождения состояний элементов газа нет, а потому его квантовое поведение близко к классическому.

По общепринятой трактовке поведение такой системы (как движение) в функции времени и координат в конфигурационном пространстве описывается уравнением Шрёдингера:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi, \quad (3.82)$$

где $\hbar$ — постоянная Планка, H — гамильтониан, ψ — волновая функция, симметричная по N переменным $r_1, \dots, r_N \sim \mathbf{r}$ конфигурационного пространства. В [68] показывается, что (3.82) симметрично по отношению к замене времени t на время с обратным знаком $-t$. Ну и что? Ведь уравнение Шрёдингера есть только нормировочное условие. Нормировочные условия обратимы, независимо от обратимости или необратимости тех задач, в которых они участвуют.

Далее в [68] идут обычные в таких случаях слова о расплывании волнового пакета, рассеянии волн, коллапсе волновой функции и подоб-

ном. Повторять их необходимости нет. Как ясно из предыдущего, они не нужны в задаче о необратимости в квантовой механике.

Заключительный итог обсуждения в [68] задачи о квантовой необратимости есть утверждение о том, что само уравнение Шрёдингера может дать только полную обратимость замкнутой квантовой системы. Даже в такой фундаментальной работе, как [52], отмечается, что необратимость в аппарате квантовой механики существенно проявляется только в проблеме измерений. Действительно, измерения связаны с отбором от системы информации как физической переменной. Они поэтому есть принципиально неадиабатический процесс. Естественно, что в них необратимость квантовой механики проявляется в первую очередь. Но необратимость есть принципиальная особенность квантовой механики, а потому должна иметь в ней отображение постоянно.

Подчеркну ещё раз. Функция ψ есть аргумент действия-энтропии-информации (3.27) как переменной уравнения Гамильтона-Якоби. Подстановка в (3.27) ψ (как решения, отвечающего конкретной задаче для уравнения Шрёдингера) даст нормированное выражение для действия как энтропии системы, которое есть переменная в (3.28). Нормировка энтропии с помощью уравнения Шрёдингера определяет распределение, отвечающее максимуму действия-энтропии-информации (при правиле знаков Больцмана) в конфигурационном пространстве при заданных условиях. Изменения величины этого максимума в составе уравнения (3.28) подчиняются второму началу термодинамики.

Уравнение Шрёдингера как нормировочное условие обратимо во времени. Но в силу второго начала термодинамики, определённый с его помощью *максимум энтропии* (как переменной в уравнении Гамильтона-Якоби) может *самопроизвольно* изменяться только так, как необходимо для *роста энтропии* во времени.

Направление процессов во времени однозначно задано вторым началом термодинамики. Прямое и обратное направление могут быть равноправными только в том частном случае, когда максимум энтропии остаётся неизменным во времени. То есть только в тех процессах, в которых система, опять-таки, либо адиабатическая, либо замкнутая и остаётся тождественной при всех мысленных экспериментах. Для классической системы непрерывность дифференцирования может проявляться как малый, но принципиальный, эффект. Для квантовой системы именно она — определяющая. Первое следствие этого — квантовые флуктуации вакуума (как особенность состояний равновесия) становятся важнейшим эффектом первого порядка.

Если система неравновесна, то направление процессов, независимо от обратимости уравнения для ψ , однозначно задано ростом действия-

энтропии-информации, вычисленного с участием ψ . При некорректном присвоении уравнению Шрёдингера статуса уравнения движения возникает ошибка — некая “квантовая обратимость”. Функция ψ (как единственно возможно и должно быть) участвует в нормировке энтропии — распределения. Направление времени, необратимость, как везде и всегда в природе, задаёт однозначно второе начало термодинамики на основе использования в уравнении классической механики Гамильтона-Якоби результатов нормировки действия-энтропии-информации.

Квантовая механика необратима принципиально; по самому своему существу в силу непрерывности в ней дифференцирования во вторых смешанных производных. Поэтому в квантовой механике просто замена направления времени t на $-t$ есть нонсенс.

Инверсия времени в квантовой механике в грамотном виде существует. Она требует изменения не только знака времени, но и знака всех остальных координат.

Если оператор инверсии, действие которого на функции состоит в изменении знака всех координат, обозначить A , то инвариантность гамильтониана H по отношению к воздействию A на H есть:

$$HA - AH = 0. \quad (3.83)$$

Собственные значения оператора A есть ± 1 . Это утверждение известно как закон сохранения чётности.

Поэтому анализ необратимости времени в квантовой механике должен быть сопоставлен с анализом сохранения или изменения чётности. Поскольку направление времени задают не сами уравнения квантовой механики, а конкретное использование функции ψ в уравнении Гамильтона-Якоби совместно со вторым началом термодинамики, то этим определена чётность в нашей Вселенной.

В квантовой механике существует полная обратимость времени ценой инверсии всех координат, но ... обращённая система имеет другую чётность, другой класс симметрии — она принципиально отличается от исходной и описывает иной мир, несопоставимый с тем, в котором мы существуем. Может быть он и возможен. Может быть Большой Взрыв — это и есть такое обращение времени, наступающее тогда, когда Вселенная как система приходит к окончательному равновесию. Однако такие предположения пока есть чистая фантазия.

В классической механике уравнение состояния (2.15) вводит непрерывность дифференцирования во вторых смешанных производных, которая лежит в основе соотношений типа (3.83), как малый эффект. Однако он принципиален (вводит сохранение чётности хотя бы в

некоторые классические процессы), а потому должен иметь наблюдаемые проявления.

Они действительно существуют реально и весомо. Жизнь связана со строго определённым выбором единственной из пар зеркальных симметрий биомолекул — зеркальных изомеров. Как показано в моих работах [2] — [6], главная причина и механизм возникновения и эволюции жизни и разума во Вселенной есть второе начало термодинамики. Поэтому на высших ступенях иерархии действия-энтропии-информации, какими являются жизнь и разум, преимущественная чётность должна существовать столь же однозначно и неустранимо, как и для процессов во Вселенной на уровнях иерархии “элементарных частиц”. Существование для жизни такой преимущественной чётности есть достоверный наблюдательный факт. Изложенное выше даёт ему строгое объяснение.

Подводя итоги, ещё раз подчеркну. В строгом смысле может быть обратимо то, что воспроизводимо, то, что может быть запомнено (является устойчивым). Поэтому понятие обратимости не может рассматриваться на примере траекторий, получаемых в заведомо неустойчивом процессе обращения времени для уравнений Гамильтона. Обратимость классической механики задана тождеством Якоби, то есть предположением о перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных. Квантовая механика необратима принципиально, по существу своих основ.

Окружающий нас мир необратим потому, что при строгом определении в механике энергии в системе из многих элементов необратимы уравнения движения как классической, так и квантовой механики.

В связи с этим на первый план выходит вопрос о полноте описания физических и абстрактных систем в терминах гильбертова пространства. Кстати, такой вопрос ставит И. Пригожин [39], [40], но конкретных причин этого в необходимом объёме он не указывает. Поясно их существо, отсутствующее у Пригожина.

Уравнения Шрёдингера и их более полный вид — уравнения Дирака описывают нормировку энтропии в евклидовом конфигурационном пространстве — гильбертовом пространстве. Такое описание заведомо неполное, так как опускает прямую связь с импульсными координатами. Огромное значение и эффективность уравнений Шрёдингера и Дирака определяются именно этой их неполнотой.

Проявляется неполнота в том, что эти уравнения характеризуют *распределения*. Но распределения, как правило, нормированы на единицу, относительны. Поэтому они ослабленно, не вполне явно зависят от конкретного вида и свойств тех элементов, распределение которых они

описывают. Волны-частицы, фантазмагория “цветов”, любой полёт словотворчества в науке, получают законное право существования, включая строгость результатов. Непрямая зависимость распределений от природы элементов, для которых записываются функции распределения, коррелирует с особенностью основы науки – метода моделей. Поэтому можно получать строгие результаты тогда, когда о самих элементах систем известно, к сожалению, слишком мало. Природа гениальная в своей простоте. Это позволяет человеку ценой сложности математического аппарата получать правильные результаты и продуктивно их использовать. Но итогом этой сложности всё равно должен оставаться возврат к исходной простоте природы. Это возможно.

В механике метрика пространства (фазового пространства) задана элементом его площади. Мир не может быть описан только координатами геометрического (конфигурационного) пространства. Природа неустойчиво зависит от движения, то есть от импульсов элементов, составляющих всё сущее. Поэтому описание природы эффективно именно в координатах фазового пространства. Его геометрия есть симплектическая геометрия. Сегодня это область науки, позволяющая переписать известную 150 лет классическую механику в более абстрактной терминологии. В такой форме симплектическая геометрия вносит искусственность в исходную красоту классической механики, которую условно можно оправдать полученными с её помощью результатами.

Причина этого парадоксального появления сложности там, где, казалось бы, совершенный аппарат должен создать простоту – в существующей аксиоматике симплектической геометрии. В ней исходно аксиоматически заданы:

- обратимость времени;
- нулевой предел для элемента площади фазового пространства.

Полным описание природы как в классическом, так и в квантовом приближении должно быть *в терминах симплектической геометрии* при её аксиоматике, *исключающей обратимость времени* и содержащей в себе *конечный элемент объёма* фазового пространства.

Материальная точка классической механики есть объект, который полностью задан координатами в конфигурационном пространстве. Ему разрешают двигаться и описывают это движение. Один из парадоксов Древних Греков связан с этим – как отличить летящую и неподвижную стрелу в одном и том же месте пространства? – (парадокс Зенона).

Характеристика, включающая скорость частицы, но принципиально отличающаяся от скорости, – импульс, даёт ответ на этот вопрос. Движение есть составляющая определения самого объекта: не просто движущаяся точка, а объект, для которого движение неотъемлемо

связано с импульсными и конфигурационными координатами одновременно — именно это есть реальный объект природы.

С самого начала и особенно у Гиббса статистическая механика описывает прямо или косвенно точки в пространстве, не зависящем от них. Рассматривается (словами Гиббса в работе [15], основополагающей для статистической механики): “большое число независимых систем, тождественных по природе, но различных по фазе, то есть по конфигурациям и скоростям” (курсив мой). Совокупность всех возможных фаз как некоторое $2f$ -мерное пространство есть объект анализа у Гиббса — фазовое пространство.

Задано число систем f (состояний одной системы) и заданы их фазы (а это есть значения q_j и p_j), лежащие в конечных интервалах:

$$\left. \begin{array}{ll} q'_1 < q_1 < q''_1, & p'_1 < p_1 < p''_1 \\ \dots & \dots \\ q'_f < q_f < q''_f, & p'_f < p_f < p''_f \end{array} \right\}$$

Введём фазовую плотность $D(q_j, p_j, t)$ систем в пределах этих конечных интервалов, а потом устремим к нулю сами интервалы (сравните с параграфом II главы I). Тогда появляется понятие элемента объёма фазового пространства в виде $dq_1 \dots dq_f dp_1 \dots dp_f$ и произведение $D(q_j, p_j, t) dq_1 \dots dq_f dp_1 \dots dp_f$. Эти понятия относятся к модели материальных точек как элементов всего сущего. Теорема Лиувилля исторически предшествует работе Гиббса, но её последующее понимание именно таково, как у Гиббса — её объекты есть фазовая плотность и элемент объёма фазового пространства. Работа Гиббса [15] написана в период формирования основ моделей механики сплошной среды. Поэтому в ней на первом месте приведенная выше одна из главных их особенностей.

Уравнения Гамильтона могут быть записаны в форме Пуассона, когда в них участвует только кинетическая энергия — только движение. Возможны случаи, когда в них учитывается только потенциальная энергия — только конфигурационные положения. Статистическая механика Гиббса в значительной степени отвечает на вопрос, как объединить эти составляющие для ансамблей материальных точек.

Есть неподвижные шары на сукне бильярда — статические объекты. В их описании движение в явном виде не участвует. Эти объекты заставляют двигаться. При их описании с учётом движения возникает необходимость ввести статистические свойства.

В природе не существует абсолютного статического равновесия — второе начало термодинамики запрещает вечное равновесие. Неподвижные шары — идеализация. Формально введенный конечный элемент фа-

зового объёма нельзя устремить к нулю. Невозможность вечного равновесия запрещает это.

Статистические свойства систем не исчерпываются фазовой плотностью систем. Они включают в себя случаи, когда само определение элемента объёма фазового пространства включает в себя его статистические свойства.

На этом, практически на полуслове, по случайным “техническим” причинам я вынужден прервать эту книгу. Но, вместе с тем, задача введения уравнения состояния и меры информации в механику выше выполнена. Поэтому случайное совпадает с детерминированным. К продолжению этой книги — *Что такое есть время?* — в частности, к определению неклассической производной в фазовом пространстве, к критериям перехода по ступеням иерархии на основе принципа максимума производства энтропии и к понятию температуры как обратного времени я вернусь после оформления следующей книги этого цикла — о происхождении и эволюции жизни и разума.

10. Об атомизме Древних Греков и “атомном шпионаже” (вместо послесловия)

Атомизм Древних Греков с современной точки зрения был исключительно совершенен. Убедиться в этом можно, например, по изданным на русском языке в восьмидесятые годы работам Секста Эмпирика (и не только по ним). Атомизм этих уникальных учёных около тысячелетия назад предвосхитил основы всей квантовой механики и всей современной науки. Но он оказался для своего времени слишком совершенным. Да и люди больше всего не любят, когда им дают простые исчерпывающие объяснения.

Понятие (в современной терминологии) бесконечно малых есть причина появления атомизма тысячелетие назад: если бесконечно малые есть реальность, то в пределе объекты природы состоят “из ничего”.

Альтернативой этому является конечный предел при стремлении малых величин к нулю — существование *неделимой* минимальной составляющей объектов природы. Именно такая составляющая была названа Древними Греками — атомом. В силу простейших, первичных жигейских аналогий он должен быть некоторым твёрдым кусочком. Но это сразу вызывает два кардинальных противоречия.

Первое из них в том, что, если атом неделим, то на него нельзя нанести метку, так как она будет его составной частью, которой по определению быть не может. Атомы должны быть неразличимы.

Второе — если атомы твёрдые, неизменные “кирпичики” мироздания, то ими определено всё сущее. Всё известно и задано наперёд однозначно. Атомы должны выстраиваться всегда по одинаковым законам, которые обязательно имеют продолжение вплоть до самого человека и его взаимоотношений. Не остаётся свободы воли, которую природа демонстрирует везде, а не только в деятельности человека. Одновременно природа становится непредсказуемой из-за влияния малых ошибок — будущее как таковое не может существовать.

Современный атом делим, имеет структуру и образующие его части — он, отнюдь, не есть “атом” Древних Греков. В современной терминологии атому Древних Греков соответствуют “элементарные частицы”, например, электрон.

Та важнейшая особенность “атома”, что если он не может иметь частей, то на него нельзя нанести метку, не есть абстрактные слова. Парадоксы Древних Греков нельзя игнорировать. Они давят над всем аппаратом современного математического описания природы в классической и в квантовой терминологии.

Отдавая дань парадоксам ещё Секста Эмпирика, например, нельзя современный спин элементарных частиц называть вращением: если нет метки, то невозможно определить что есть вращение. Это означает, что спин не может быть “ненаблюдаемым” вращением. Он есть нечто, принципиально отличающееся от вращения.

Известно (об этом писали как один из создателей понятия о спине — Уленбек, так и Дирак), что великий Лоренц категорически отверг идею спина, так как понимал его именно в виде вращения (пренебрегая парадоксами древних), а тогда у него скорость на поверхности электрона оказывалась сверхсветовой.

Ещё один парадокс “отсутствия частей” связан с касанием между собой “атомов”. Если невозможна метка, то невозможно определить что есть касание между собой минимальных неделимых объектов природы. Ведь понятие касания подразумевает, что определённой точке одного объекта можно сопоставить столь же определённую точку другого, а метки на неделимых объектах, необходимые для этого, — невозможны.

Цивилизации в истории человечества растут и лопаются. Если бы снять мультфильм с картой, отображающей это, то мы увидели бы укрупняющиеся лопающиеся мыльные пузыри, самый большой из которых сегодня захватил всю нашу планету и по опыту предистории неизбежно должен, как и любой мыльный пузырь, лопнуть.

На обломках вырастают лопухи. И в них для чего-то может быть польза. Таким полезным лопухом оказалась схоластика Средневековья. Она гипертрофировала роль логики. Имели Адам и Ева пупок или нет?

Если они сотворены, то пупка иметь не должны. Если у них был пупок – значит они не сотворены, а имели родителей. Столетия продолжался этот спор, приводя к силовым аргументам из-за невозможности средствами чистой логики выйти из парадокса. На положительную роль схоластики Средневековья в развитии науки указала С.А. Яновская [70].

Создание современной математики на основе понятий о бесконечно малых величинах и пределе функции в точке есть величайшее достижение человечества. Анализ бесконечно малых был той основой, на которой возникла механика. Эта основа универсальна. Поэтому она и была настолько решающей в науке. “Математические начала натуральной философии” – каждое слово в этом заголовке Ньютона имеет фундаментальный смысл.

Однако понятие бесконечно малых основано на воскрешении абсурда – оно утверждает, что всё состоит из ничего. Ну и что? По сравнению с проблемой пупка Адама и Евы – это мелочи. Абсурд утвердился и оказался гениален.

Природа существует вне нас. Она заявляет о своём существовании весомо, предупреждая – схоластика полезна только иногда. Не может всё состоять из ничего. Куда не прячь это – в теории возмущений Пуанкаре, в δ -функцию Дирака и операторы в гильбертовом пространстве, в симплектическую геометрию – уши торчат всё равно будут.

Всё состоит из ничего – проявило себя в проблеме возникновения, вопреки природе, бесконечностей. Первая из них стала обиженно и громко кричать в связи с законом излучения абсолютно чёрного тела. Макс Планк в 1900 г. угадал аппроксимационную формулу для неточных экспериментальных данных. Подробно я рассказывал об этом школьникам – будущим научным работникам в [71]. Эта формула устранила бесконечности из описания излучения абсолютно чёрного тела. Но Планк понимал – это не аппроксимационная формула. Это фундаментальное описание того, из чего состоит всё. Поняли это сразу остальные? Поверили ему? Конечно, нет!

Спустя 11 лет (!), в 1911 г. проходил Сольвеевский конгресс, на котором доклад о продолжении своих работ по квантам сделал Планк [72]. С замечаниями выступили все те, кто составил славу науки нашего века. Ни один Планка не поддержал – вежливое тихое неверие. Мешать не будем. Делай, что делаешь, но мы не верим тебе. Прочтите сами [73]. Пуанкаре небрежно бросил – а как быть в случае систем со многими степенями свободы? Планк подумал и дал ответ [63]. Я показал в параграфе 5 этой главы и во всей этой книге, что в ответе Планка содержится предпосылка для объяснения всего мироздания. Но для этого надо

серьезно отнестись к причинам возникновения в науке бесконечностей, а не до бесконечности латать дыры на штанах бесконечно малых.

Природа не может состоять из ничего. Конечные “мешки” иерархически разных размеров с нерастяжимыми стенками, наполненные странной $6N$ -мерной несжимаемой “жидкостью” – координатами и импульсами (движением как “субстанцией”) – вот вульгарное разрешение парадоксов Древних Греков. Из них можно строить всё. И это всё уже не будет состоять из ничего. Приращения dq и dp обязательно должны быть взаимосвязаны и в таком виде – конечны. Вот что навсегда изгоняет бесконечности из науки. И это же одним ударом разрубает путаницу многих гордиевых узлов. В частности, не возникает проблем и со свободой воли. Случайность неустранимо присутствует в неопределённости “формы” таких объектов.

Но одновременно “мешки” – объект вполне детерминированный, без мистики, без насилия над природой. Соотношение неопределённости Гейзенберга есть нечто непредставимое, а мешок вполне материален. Захотели его измерить вдоль или поперёк? Берите микрометр и культурно измеряйте. Культурно – это значит, что касание измерительного прибора с объектом фиксируется объективно, количественно величиной какого-либо признака. В микрометре есть “трещётка” для осуществления культуры – как только перемещение его измерительного штифта встречает сопротивление заданной величины, вращение винта,двигающего штифт, прекращается. Измерили мешок вдоль. За счёт калиброванного давления штифта микрометра изменяется размер поперёк мешка. Но в природе нет “трещётки” – поперечный размер становится неопределённым. К индетерминизму это никакого отношения не имеет. Это не больше, чем другая “технологическая культура” измерений в природе по отношению к измерениям человека.

Не менее громкий крик природа подняла и по поводу теплоёмкости твёрдых тел. Прямо, явно она сказала человеку – постоянная Больцмана есть величина, однородная с постоянной Планка. И не единственная из таких. А учёные в ответ давай ей очки втирать.

Больше столетия продолжается спор о том – три, четыре или даже пять единиц составляют основу систем размерностей и единиц измерений. Но посреди систем измерений торчит и кричит абсолютно произвольная по отношению к ним единица температуры. Это полностью игнорируется под прикрытием чисто “технического” градуса Кельвина.

Нет никакой мистики и проблем в том, что будущее зависит от “измерений” в настоящем. Существует информация как физическая перемемная. Она с участием настоящего задаёт будущее системы. Она в

определённых условиях, с определёнными оговорками может помочь восстановить прошлое.

Люди давно и безоговорочно знают, что будущее зависит от информации в настоящем. Потому от самых первобытных времён, у всех людей, племён, рас и народов обязательно существовали, существуют и будут существовать секреты. Провели “измерение” — шпионы раскрыли секретную информацию — будущее изменилось необратимо. Изменение количества информации в системе бесспорно влияет на её будущее. Это общеизвестно в человеческой практики.

И если уж говорить об атомах, то можно ли не упомянуть про атомную бомбу?

Сенсацией последних лет стала книга дозированных откровений одного из генералов о том, как ловко он для России выкрадывал секреты американской атомной бомбы. И что, вообще, автором советской атомной бомбы являются не какие-то там учёные, а он.

За страстями засекречивания как способа монополизации и шига для произвола безграмотности и расточительности, за въедливым контролем над учёными “секретчиков”, которых отбирают по принципу исполнимости в ущерб знаниям, забыто главное — определение понятия секретность [74].

Секретной информацией в человеческих взаимоотношениях является всё то, что может необратимо изменить будущее человеческих состояний. Причём дело не в *битах* или *натах* информации как *кодировке* букв и чертежей для передачи их по секретным каналам. Дело в информации как абстрактной реализации физической переменной, содержащейся в этих бумажках. То есть в потенциалах, уравнениях состояния и прочем арсенале точных наук, выражающем в абстрактных переменных факт утечки информации. Количественно информацию выражает устранённая неопределённость. Информацию создаёт процесс её синтеза — напоминание в данных условиях конкретных случайностей.

Сейчас хорошо известно, что работы над атомной бомбой (о возможности и необходимости которых советские физики говорили руководству страны неоднократно) начались тогда и потому, что по секретным каналам была получена информация о том, что в Америке такие работы ведутся практически и с большим размахом. В основе этой утечки информации лежала искренняя вера конкретных людей в утопию *a priori* “справедливого общества”, а не генералы.

Главный результат атомного шпионажа не в тех *битах* или *натах*, которые содержались в утащенных бумажках [75]. В “Человеке-невидимке” есть гениальная подробность о Кэмпе, который носит с собой тома *битов* и *натов*, но не может их понять — получить информацию.

Роль информации в виде бумажек, как абстрактного выражения физической переменной, в атомном шпионаже была в том, что сохранила жизнь и дала возможность работать тем, кто мог сам и создал сам атомную и водородную бомбы. Если бы не информация шпионов именно в этом смысле, то уже подготовленный разгром физики типа лысенковщины был бы осуществлён, а после этого даже полные тома проектов со всеми деталями и технологией не привели бы ни к атомной, ни к водородной бомбе. Информация – это устранённая неопределённость. *Биты* логических построений есть также информация, но другая – семантическая в том понимании терминологии, которое введено в этой книге.

Синтез новой информации как устранённой неопределённости – вот главное содержание моих работ [2] – [6] и этой книги. *Битов* в этом меньше, чем кому-то хотелось бы? Несомненно. Но *биты* математических подробностей это уже информация другого плана – семантическая информация как реализация изменений абстрактной свободной энергии в переменных логики. Её во всех подробностях один человек синтезировать не может. Ньютон создавал математические *начала* натуральной философии. Сегодня математический аппарат есть. Но под ним недостаточно информационных начал, устранённой неопределённости – *натуральной* философии.

Выводы

1. Действие в классической механике есть энтропия – мера информации. Классические траектории в механике определены принципом наименьшего действия как геометрическое место точек максимума действия-энтропии-информации. Обратный знак возникает из-за определения энтропии в механике на основе вероятностей Гиббса, а не числа возможных состояний системы как у Больцмана.

2. Уравнение Шрёдингера есть нормировочное условие для энтропии-действия-информации в механике, а не уравнение движения (как это обычно трактуется в физике). Это есть причина общеизвестных парадоксов в физике, возникающих в связи с понятием волн-частиц, коллапса волновой функции и подобного.

3. Фундаментальные безразмерные постоянные есть отношение адиабатических инвариантов фундаментальных взаимодействий к постоянной Планка.

4. Однозначность и величину фундаментальных безразмерных постоянных определяет принцип максимума производства энтропии. В ча-

стности, зависимость между ними для Вселенной как единой системы со многими степенями свободы задает постоянная слабого взаимодействия.

5. Соотношение неопределённости в форме уравнения состояния при определении энергии в механике есть причина и выражение детерминизма природы как существования конкретных порогов, исключающих зависимость движения от ошибок начальных условий в пределах этих порогов.

6. Квантовая механика описывает принципиально необратимый мир вокруг нас и необратимость нас самих.

7. Классическая механика необратима при строгом (с учётом независимых уравнений состояния) определении энергии.

Литература

1. Седов Л.И., Цыткин А.Г. Основы макроскопических теорий гравитации и электромагнетизма. М.: Наука. 1989.
2. Хазен А.М. Особенности применения второго начала термодинамики к описанию работы мозга // Биофизика. 1991. Т. 36. №4. С. 714-724.
3. Хазен А.М. Происхождение и эволюция жизни и разума с точки зрения синтеза информации // Биофизика. 1992. Т. 37. №1. С. 105-122.
4. Хазен А.М. Принцип максимума производства энтропии и движущая сила прогрессивной биологической эволюции // Биофизика. 1993. Т. 38. №3. С. 531-551.
5. *Khazen. A. The Conception of Origin & Evolution of Life & Reason Founded on the Principle of Maximum of Production of Entropy. Gordon Research Conference "Frontiers of Science" Modern Developments in Thermodynamics. 6 Oktober 1994. Irsee, Bavaria, Germany.*
6. Хазен А.М. Введение меры информации в аксиоматическую базу механики. М.: ПАИМС. 1996.
7. Хазен А.М. О возможном и невозможном в науке. М.: Наука. 1988.
8. Гильберт Д. Основания геометрии. М.: Гостехиздат. 1948.
9. Полак Л.С. Вариационные принципы механики. М.: Физматгиз. 1960.
10. Вариационные принципы механики. (Сборник статей под редакцией Полака Л.С.). М.: Физматгиз. 1959.
11. Клаузиус Р. Механическая теория тепла. (В сб. Второе начало термодинамики. М.Л.: ГТТИ. 1934).
12. Гамильтон У. Избранные труды (под ред. Л.С. Полака). М.: Наука. 1994.
13. Якоби К. Лекции по динамике. М.-Л. ОГИЗ ГТТИ. 1936.

14. *Болырман Л.* Избранные труды (под ред. Л.С. Полака). М.: Наука. 1984.
15. *Гиббс Дж.* Основные принципы статистической механики. М.-Л.: ОГИЗ ГТТИ. 1946.
16. *Шрёдингер Э.* Избранные труды по квантовой механике. М.: Наука. 1976.
17. *Планк М.* Избранные труды. Наука. М.: 1975.
18. *Дирак П.* Принципы квантовой механики. М.: Физматгиз. 1960.
19. *Гинзбург В.Л.* К трёхсотлетию "Математических начал натуральной философии" Исаака Ньютона // Успехи физических наук. Т. 151. В. 1. 1987. С. 119-141.
20. *Арнольд В.И.* Математические методы классической механики. М.: Наука. 1989.
21. *Суслов Г.К.* Теоретическая механика. М.-Л.: ОГИЗ ГТТИ. 1946.
22. *Уиттекер Е.* Аналитическая динамика. М.-Л.: ОГИЗ ГТТИ. 1937.
23. *Климонтович Ю.Л.* Статистическая теория открытых систем. М.: "Янус". 1995.
24. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. I. Механика. М.: Наука. 1972.
25. *Эйнштейн А.* Теория опалесценции в однородных жидкостях и жидких смесях вблизи критического состояния. (В книге: А. Эйнштейн. Собрание научных трудов. Т. III. М.: Наука. 1966).
26. *Климонтович Ю.Л.* Статистическая физика. М.: Наука. 1982.
27. *Эренфест П.* Относительность, кванты, статистика. М.: Наука. 1972.
28. *Фано Р.* Передача информации. Статистическая теория связи. М.: Мир. 1965.
29. *Гольдман С.* Теория информации. М.: ИЛ. 1957.
30. *Алимов Ю.Н., Кравцов Ю.А.* Является ли вероятность "нормальной" физической величиной? // Успехи физических наук. Т. 162. В. 7. С. 149-182.
31. *Зоммерфельд А.* Термодинамика и статистическая физика. М.: ИЛ. 1955.
32. *Quastler H.* The Emergence of Biological Organisation. Yale University Press. New Haven. London. 1964.
33. *Блюменфельд Л.А.* Проблемы биофизики. М.: Наука. 1977.
34. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. М.: Наука. 1964.
35. *Jaynes E.* Phys. Rev. // 1957. V. 106. P. 620.
36. *Хакен Г.* Информация и самоорганизация. М.: Мир. 1991.
37. *Prigogine I., Glansdorff P.* // 1971. Acad. Roy., Bull. Classe Sci., V. 59. P. 672-702.

38. Glansdorff P., Prigogine I. Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations. Wiley. New York. 1971.
39. Пригожин И., Стенгерс И. Время, хаос, квант. М.: Прогресс. 1994.
40. Пригожин И. От существующего к возникающему. М.: Наука. 1985.
41. Циглер Г. Экстремальные принципы термодинамики необратимых процессов и механика сплошной среды. М.: Мир. 1966.
42. Хазен М.М., Казакевич Ф.П., Грицевский М.Е. Общая теплотехника. М.: Высшая школа. 1966.
43. Харкевич А.А. Теория преобразователей. М.: ГЭИ. 1948.
44. Козлов В.В. Симметрии, топология и резонансы в гамильтоновой механике. Ижевск.: Изд. Удмурдского госуниверситета. 1995.
45. Трофимов В.В., Фоменко А.Т. Алгебра и геометрия интегрируемых гамильтоновых дифференциальных уравнений. Изд. "Факториал". 1995.
46. Арнольд В.И. Доказательство теоремы А.Н. Колмогорова о сохранении условно-периодических движений при малом изменении функции Гамильтона // Успехи математических наук. Т. XVIII. № 5(113). 1963. Стр. 13-40.
47. Ли С. Теория возмущений и касательные преобразования. В сб. [10]. Стр. 404 – 424.
48. И. фон Нейман. Математические основы квантовой механики. М.: Наука. 1964.
49. Планк М. Попытка синтеза волновой и корпускулярной механики. В сб. [17]. Стр. 401-416.
50. Богданов Р.И., Расторгуев В.А. Проблема Ферми-Паста-Улама в слабодиссипативной теории Колмогорова-Арнольда-Мозера. М.: Изд. МЭИ. 1997.
51. Нетер Э. Инвариантные вариационные задачи. В сб. [10]. Стр. 604 – 610, 611 – 630.
52. Фейнман Р., Хибс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. М.: Мир. 1968.
53. Мопертюи П. Законы движения и покоя, выведенные из метафизического принципа. В сб. [10]. Стр. 41-55.
54. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. М.: Физматгиз. 1963.
55. Шелепин Л.А. Исчисление коэффициентов Клебша-Гордана и его физические приложения. Труды ФИАН. Т. 70. М.: Наука. 1973.
56. Смородинский Я.А., Шелепин А.Л., Шелепин Л.А. Групповые и вероятностные основы квантовой теории // Успехи физических наук. 1992. Т. 162. В. 12. С. 1-95.
57. Загидуллин М.В., Шелепин Л.А. О связи теоретико-групповых и стохастических методов. Труды ФИАН. Т. 106. М.: Наука. 1979.

58. *Карасев В.П., Шелепин Л.А.* Когерентные состояния и производящие инварианты групп SU_n и их приложения. Труды ФИАН. Т.124. М.: Наука. 1980.
59. *Севастьянова О.Б., Шелепин Л.А.* Марковские процессы и проблемы кинетической теории. Труды ФИАН. Т. 144. М.: Наука. 1984.
60. *Шелепин А.Л., Шелепин Л.А.* Метод производящих инвариантов в теории групп Ли. Динамические группы гармонических осцилляторов. Труды ФИАН. Т. 191. М.: Наука. 1989.
61. *Розенталь И.Л.* Физические закономерности и численные значения фундаментальных постоянных // Успехи физических наук. 1980. Т. 131. В. 2. С. 239-256.
62. *Ожунь Л.Б.* Фундаментальные константы физики // Успехи физических наук. 1991. Т. 161. В. 9. С. 177-194.
63. *Планк М.* Физическая структура фазового пространства. В сб. [17]. С. 339-369.
64. *Синай Я.Г.* Динамические системы с упругими отражениями. Эргодические свойства рассеивающих бильярдов // Успехи математических наук. 1970. Т. 25. В. 2.
65. *Хазен А.М.* Интеллект как иерархия синтеза информации // Новости искусственного интеллекта. №1. Стр. 71 - 98. 1994.
66. Информационное содержание соотношения неопределённости Гейзенберга и его связь с принципом релятивизма. Под. ред. Басиладзе С.Г. М.: Изд. МГУ. 1993.
67. *Хайтун С.Д.* Механика и необратимость. М.: "Янус". 1996.
68. *Кадошцев Б.Б.* Необратимость классическая и квантовая // Успехи физических наук. Т. 165. № 8. 1995.
69. *Хазен А.М.* О свободе слова и ошибках в науке // Вестник РАН. 1997. Т. 67. №6. С. 554-556.
70. *Яновская С.А.* Методологические проблемы науки. М.: Изд. Мысль. 1972.
71. *Хазен А.М.* Поле, волны, частицы и их модели. М.: Просвещение. 1979.
72. *Планк М.* Законы теплового излучения и гипотеза элементарного кванта действия. В сб. [17]. С. 282-298.
73. В [71] стр. 299-310.
74. *Хазен А.М.* Законы эволюции жизни и "справедливое общество". М. 1997.
75. Могут ли спецслужбы заменить Академию наук? Вестник РАН. 1994. Т. 64. №11. С. 969-980.

ХАЗЕН Александр Моисеевич

Автор шести книг, многих статей в ведущих научных журналах, патентов США, Англии, Франции, Италии, Германии, Дании, изобретений России. С 1960 по 1993 гг. научный руководитель исследовательской лаборатории в Институте механики Московского Государственного Университета им. М.В. Ломоносова. С 1994 г. член Нью-Йоркской Академии наук.

Рецензенты:

Марон В.И., действительный член РАЕН, д.т.н., профессор

Шелепин Л.А., главный научный сотрудник ФИАН, д.ф.-м.н., профессор

Цикл: “Разум природы и разум человека”
Книга 1

А.М. Хазен

**ВВЕДЕНИЕ МЕРЫ
ИНФОРМАЦИИ
В АКСИОМАТИЧЕСКУЮ БАЗУ
МЕХАНИКИ**
(Второе дополненное издание)

Москва
1998

Содержание

Введение.	5
Глава I. Информация как физическая переменная	
1. Информация и формулировка аксиом термодинамики.	11
2. Размерная постоянная в определении энтропии – адиабатический инвариант системы.	15
3. Наглядные пояснения к понятию – информация.	19
4. Классы процессов синтеза информации.	21
5. Роль условий устойчивости при синтезе информации как физическом процессе.	23
6. Принцип максимума производства энтропии.	27
7. Иерархия энтропий при синтезе информации.	30
8. Нормировка энтропии и связь между энергией и информацией в системах из многих элементов.	34
9. Взаимодействия энергии и информации в термодинамических циклах.	41
10. Натуральная единица измерения температуры – обратное время.	45
11. Что значит – получить информацию с помощью классических измерений?	49
Выводы.	55
Глава II. Энергия в классической механике	
1. Уравнение состояния – составляющая уравнений Гамильтона. ..	57
2. Когда аналитическая механика дает строгие результаты без явного учета уравнения состояния.	67
3. Эквивалентность в механике перестановочности дифференцирования во вторых смешанных производных и обратимости времени.	70

4. Канонические преобразования как способ описания движения, совместимый с соотношением неопределённости.	75
5. Ограничение для гладких функций в использовании классической производной.	83
6. Конечность приращений времени в строгой постановке задач классической механики.	88
7. Некорректность Пуанкаре в постановке задачи о теории возмущений.	92
Выводы.	97

Глава III. Действие как мера информации в классической и в квантовой механике

1. Действие в классической механике.	99
2. Уравнение для информации о механической системе при случайных начальных условиях.	101
3. Уравнение Шрёдингера есть условие нормировки действия-энтропии-информации.	109
4. Почему нормировка действия-энтропии-информации приводит к волновым уравнениям в комплексной форме.	114
5. Что такое безразмерные мировые постоянные и как определить их величину.	118
6. Время в классической механике и его связь со случайностью начальных условий.	122
7. Соотношение неопределённости (уравнения состояния в механике) – причина детерминизма природы.	133
8. Детерминизм в квантовой механике.	139
9. Обратимость и необратимость классическая и квантовая.	148
10. Об атомизме Древних Греков и “атомном шпионаже” (вместо послесловия).	158
Выводы.	163
Литература.	164

В своей работе А. М. Хаген
предлагает пути разрешения
самых интригующих парадоксов
современной науки. Надеюсь,
что научные работники проявят
интерес к этим предложениям.

7. 05. 98

Берглин