

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР
ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ
МОСКОВСКИЙ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

В. В. Светозаров, А. И. Руденко, В. И. Архипов

**СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО ФИЗИКЕ
(МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА)**

**В помощь поступающим в Московский
инженерно-физический институт**

*Утверждено
редсоветом института
в качестве учебного пособия*

В. В. Светозаров, А. И. Руденко, В. И. Архипов. Сборник задач по физике (механика и молекулярная физика). В помощь поступающим в МИФИ. Учебное пособие. М.: МИФИ, 1991.—92 с.

В настоящем учебном пособии представлены задачи, по характеру и степени сложности соответствующие предлагаемым на вступительных экзаменах абитуриентам МИФИ. Большинство задач имеет подробные решения.

Данное пособие предназначено для самостоятельной подготовки к конкурсным экзаменам в вузы с повышенными требованиями по физике, а также для слушателей подготовительных отделений, подготовительных курсов и физматшкол.

Авторы выражают благодарность профессору И. Е. Иродову за ряд ценных замечаний.

Р е ц е н з е н т ы:

И. С. Колотов, Н. Т. Берестов, М. Я. Иванов.

© Московский
инженерно-физический
институт, 1985 г.



§ 1. КИНЕМАТИКА

1. Два катера, двигавшиеся вдоль реки, встретились у моста и разошлись. Повернув через $\tau = 0,5$ ч в обратную сторону, они вновь встретились на расстоянии $s = 2$ км от моста. Определить скорость реки, если известно, что до и после поворота скорости катеров относительно воды не изменились.

2. Автомобиль проехал половину пути со скоростью $v_1 = 60$ км/ч, оставшуюся часть пути он половину времени шел со скоростью $v_2 = 15$ км/ч, а последний участок — со скоростью $v_3 = 45$ км/ч. Найти среднюю скорость автомобиля на всем пути. Построить график зависимости пути, пройденного автомобилем, от времени.

3. Из игрушечной пушки, покоившейся на полу, выстрелили шариком. Испытывая отдачу, пушка продвинулась по полу на $l = 2$ см, когда шарик покинул ствол, пройдя по нему расстояние $b = 10$ см. Найти расстояние d , пройденное шариком за время движения в стволе в системе отсчета, связанной с полом, и угол β , под которым он вылетел из ствола по отношению к полу. Ствол пушки наклонен к полу под углом $\alpha = 30^\circ$.

4. К перекрестку приближается грузовая машина со скоростью $v_1 = 10$ м/с и легковая машина со скоростью $v_2 = 20$ м/с (рис. 1). Определить направление и модуль скорости легкой машины относительно грузовика.

5. На рис. 2 показаны скорость корабля $\vec{u}$ и скорость ветра $\vec{v}$. Найти графически направление флага на корабле.

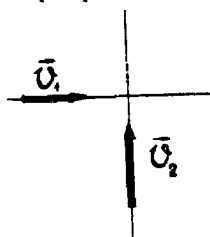


Рис. 1.

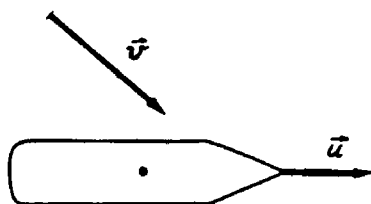


Рис. 2

6. Частица движется вдоль оси Ox со скоростью $\vec{v}(t)$, график которой в проекции на эту ось изображен на рис. 3. Один под другим построить графики зависимостей от времени t проекций ускорения $a_x(t)$ и перемещения $x(t)$, а также пути $l(t)$, проходимого частицей. Найти среднее значение модуля скорости $\langle v \rangle$ за время движения от $t=0$ до $t=2\tau$.

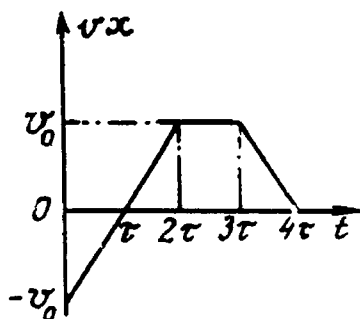


Рис. 3

7. В начальный момент времени проекции скорости тела на координатные оси x и y равны $v_{0x}=1$ м/с и $v_{0y}=0$. Тело движется с постоянным ускорением, и через интервал времени $\Delta t=2$ с проекции его скорости стали равными $v_x=2$ м/с; $v_y=3$ м/с. Найти модуль и направление ускорения тела.

8. Второе тело подбросили от земли вертикально вверх вслед за первым через $t_0=4$ с с той же скоростью $v_0=49$ м/с, что и первое тело. Через какое время t после бросания второго тела и на какой высоте h оба тела столкнутся?

9. Тело брошено под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 . Построить графики зависимостей от времени проекций ускорения a_x и a_y , скорости v_x и v_y , координат x и y на вертикальной оси y , направленной вверх, и горизонтальной оси x .

10. Два камня брошены под различными углами к горизонту со скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, как показано на рис. 4, а. Не прибегая к численному расчету, сделать вывод о том, какой камень улетит дальше. Трением о воздух пренебречь. Какой из двух камней полетит дальше, если их бросить, как показано на рис. 4, б.

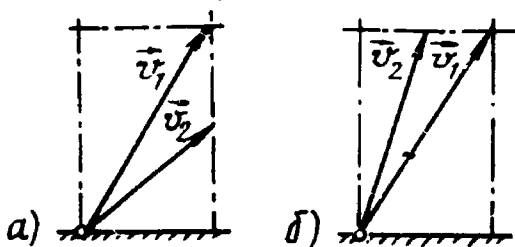


Рис. 4

11. Пушка и цель находятся на одном уровне на расстоянии $l = 1,5$ км друг от друга. Через сколько времени снаряд с начальной скоростью $v_0 = 200$ м/с достигнет цели? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

12. С аэростата, поднимающегося с ускорением $a = 0,5$ м/с², через $\tau = 4$ с после его отрыва от земли бросают камень со скоростью $v_0' = 5,5$ м/с под углом $\alpha' = 30^\circ$ к горизонту относительно аэростата (рис. 5). На каком расстоянии l от места подъема аэростата с земли упадет камень? Определить также время τ' нахождения камня в воздухе с момента его сбрасывания. Сопротивлением воздуха при падении камня пренебречь.

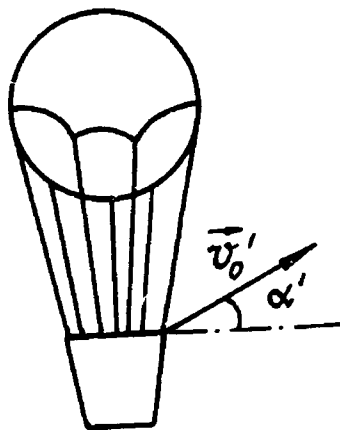
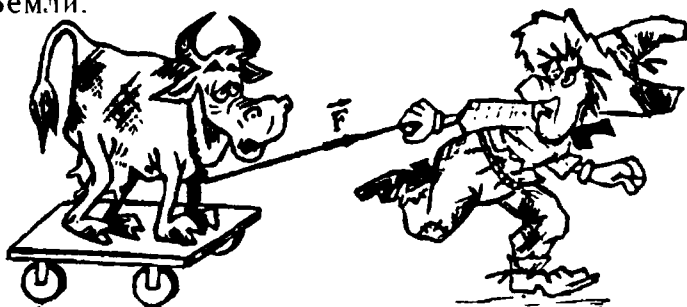


Рис. 5

13. Катер пересекает реку шириной $b = 360$ м, текущую со скоростью $v_1 = 2$ м/с. Рулевой катера держит курс перпендикулярно течению. Двигатель обеспечивает постоянное ускорение $a = 0,1$ м/с², начальная скорость катера относительно воды равна нулю. Через какое время катер пересечет реку? На сколько он будет снесен течением? С какой скоростью подойдет катер к противоположному берегу и под каким к нему углом?

14. Двигаясь равномерно по окружности со скоростью, равной по модулю $v = 10$ м/с, тело переместилось из точки 1 в точку 2 по дуге с углом раствора $\varphi = 30^\circ$. Найти модуль и направление приращения скорости $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. Направление вектора $\Delta \vec{v}$ определяется углом между этим вектором и скоростью $\vec{v}_1$.

15. По краю вращающейся с угловой скоростью $\omega = 0,1$ рад/с карусели радиусом $R = 5$ м шагает мальчик. Определить ускорение, с которым движется мальчик по отношению к Земле, если известно, что, поворачивая обратно и шагая по карусели с прежней скоростью, мальчик перестает перемещаться относительно Земли.



§ 2. ДИНАМИКА

16. При запуске ракеты массой $m = 200$ кг сила тяги ее двигателя, равная $F = 5$ кН, направлена под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Приняв $g = 10$ м/с², найти ускорение ракеты $\vec{a}$, т.е. модуль ускорения и угол между $\vec{a}$ и горизонтальным направлением.

17. Брусок массой $m = 2$ кг, лежащий на шероховатой горизонтальной поверхности, приходит в движение с ускорением $a = 3$ м/с², когда на него действуют горизонтальной силой $F = 11$ Н. Какой минимальной горизонтальной силой F_0 нужно подействовать на брусок, чтобы его только сдвинуть с места?

18. К бруску массой $m = 1$ кг, лежащему на горизонтальном полу, приложили силу F под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Коэффициент трения между бруском и полом $k = 0,5$. Найти ускорение бруска для случаев:

а) $F = 1$ Н; б) $F = 5$ Н; в) $F = 25$ Н.

19. Какой минимальной силой F_0 и под каким углом α_0 нужно подействовать на брусок (см. задачу 18), чтобы только сдвинуть его с места?

20. Брусок массы $m = 0,25$ кг лежит на шероховатой плоской поверхности, наклоненной к горизонту под углом $\alpha = 30^\circ$. С какой минимальной горизонтальной силой следует потянуть за тонкую нить, привязанную к бруску, чтобы началось его скольжение? Коэффициент трения бруска о шероховатую поверхность $k = 0,8$.

21. На доске, движущейся в горизонтальном направлении с ускорением a_0 , находится плоская шайба, коэффициент трения которой о доску равен k . Построить график зависимости ускорения шайбы a от ускорения доски a_0 .

22. Вертикальная стенка движется горизонтально с ускорением a_0 . В контакте со стенкой находится брусок (рис. 6). Коэффициент трения между стенкой и бруском $k=0,4$. Построить график зависимости силы трения $F_{\text{тр}}$ между бруском и стенкой от ускорения стенки a_0 . Определить модуль и направление вектора ускорения бруска $\vec{a}$ при

- а) $a_0 = 30 \text{ м/с}^2$; б) $a_0 = 10 \text{ м/с}^2$.

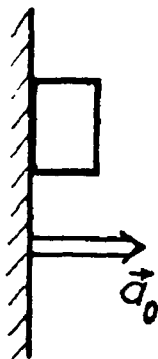


Рис. 6

23. На доске длиной $l=0,5 \text{ м}$ и массой $M=0,9 \text{ кг}$ у ее левого торца лежит небольшой брусок массой $m=0,1 \text{ кг}$. Какую минимальную скорость v_0 нужно сообщить бруску, чтобы он соскользнул с доски у ее правого торца? Коэффициент трения бруска о доску $k=0,5$. Доска находится на гладкой горизонтальной поверхности.

24. Если пережечь нить H , связывающую грузы 1 и 2, висящие на невесомом резиновом шнуре, верхний груз 1 приходит в движение с ускорением $a_1=4,9 \text{ м/с}^2$ (рис. 7, а). Найти ускорение, с которым груз 2 придет в движение после пережигания нити H , если подвешенные к тому же резиновому шнуру грузы поменять местами (рис. 7, б).

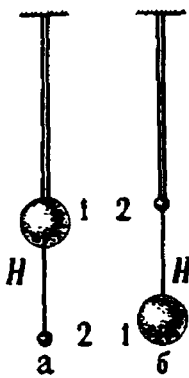


Рис. 7

25. К потолку лифта, движущегося с ускорением $\vec{a}$, направленным вверх, подвешен груз массой m на двух нитях, составляющих углы α и β с горизонтальным потолком (рис. 8). Определить силы T_1 и T_2 натяжения левой и правой нитей.

26. Когда космический корабль совершает маневр по переходу с одной орбиты на другую, его двигатели развивают постоянную силу тяги $F=1 \text{ кН}$. Найти вес G космонавта, находящегося на корабле, в продолжение маневра корабля, полная масса которого $M=5 \text{ т}$. Изменением массы корабля во время маневра пренебречь. Масса космонавта $m=100 \text{ кг}$.

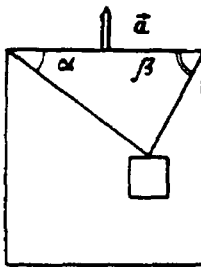


Рис. 8

27. Два бруска массами m и $2m$, соединенные легкой пружинкой, движутся по горизонтальной гладкой поверхности (рис. 9). В некоторый момент ускорение $\vec{a}_1$ легкого бруска направлено вправо. Найти ускорение $\vec{a}_2$, с которым в этот момент движется другой брусок. Растянута или сжата пружинка в этот момент?

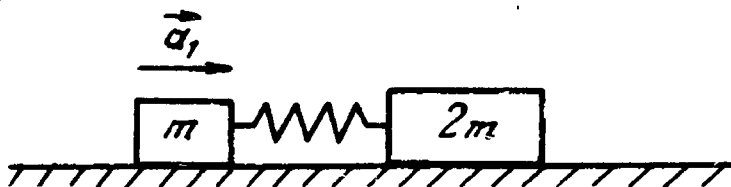


Рис. 9

28. Шарик, подвешенный на нити, отклонили от положения равновесия и отпустили. Куда направлена равнодействующая приложенных к шарiku сил при максимальном отклонении от положения равновесия, при прохождении положения равновесия и в промежуточном положении?

29. Шарик, подвешенный на нити, движется по окружности в горизонтальной плоскости. Указать действующие на шарик силы и направление равнодействующей этих сил.

30. Шофер внезапно увидел перед автомобилем широкую стену. Что ему выгоднее сделать для предотвращения аварии — затормозить или повернуть? Попробуйте решить эту задачу устно, не рассчитывая тормозного пути и радиуса поворота.

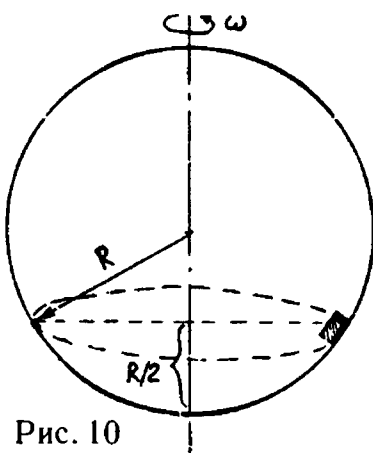


Рис. 10

31. Полая сфера радиуса $R = 0,4$ м вращается вокруг ее вертикального диаметра с постоянной угловой скоростью $\omega = 5$ рад/с. Вместе со сферой на ее внутренней поверхности движется небольшая шайба, находящаяся на высоте, равной половине радиуса (рис. 10). Определить минимальное значение коэффициента трения, при котором это возможно.

32. Жесткая легкая штанга длиной $l = 0,5$ м с прикрепленным к ее концу небольшим грузом массой $m = 1$ кг приводится в равномерное вращение со скоростью $n = 20$ об/мин в вертикальной плоскости вокруг оси, проходящей через другой конец штанги. Найти наибольшую T_1 и наименьшую T_2 силы, с которыми натянута штанга, а также силу F , с которой груз действует на вращающуюся штангу, когда она проходит через горизонтальное положение.



Рис. 11

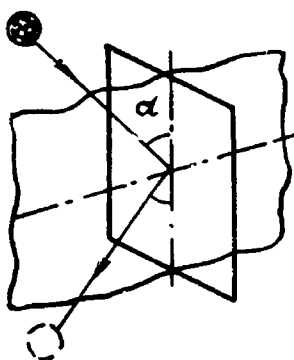
33. Штанга и вертикальная ось образуют жесткую конструкцию (рис. 11). Легкая пружина и прикрепленная к ней муфточка массой $m = 1$ кг надеты на штангу, по которой они могут скользить без трения. Муфточка движется равномерно по горизонтальной окружности радиуса $r = 30$ см со скоростью $v = 2$ м/с. Определить длину l_0 пружины в нерастянутом состоянии, если жесткость пружины $k = 40$ Н/м, и угол $\alpha = 30^\circ$.

34. Гонимый автомобиль массой $m = 600$ кг движется вдоль экватора с востока на запад, а затем с той же скоростью $v = 600$ км/ч относительно Земли в направлении с запада на восток. Найти разность сил давления автомобиля на поверхность шоссе в этих случаях.

35. Два спутника движутся вокруг Земли по круговым орбитам, расположенным в одной плоскости, со скоростями $v_1 = 7,8$ км/с и $v_2 = 7,7$ км/с. Определить интервал времени τ , через который оба спутника регулярно сближаются на минимальное расстояние друг от друга. Найти это расстояние, если радиус Земли $R = 6,4 \cdot 10^3$ км, ускорение силы тяжести у полюсов Земли $g_0 = 9,8$ м/с².

36. Определить угловую скорость ω вращения двухпланетной системы. Массы планет M_1 и M_2 , расстояние между их центрами R . Найти также ускорения, с которыми движутся планеты.

37. Тело массой $m = 0,2$ кг брошено с начальной скоростью $v_1 = 50$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Найти приращение импульса тела: 1) за время от начала полета до падения на землю; 2) за половину этого времени. Сопротивление воздуха не учитывать.

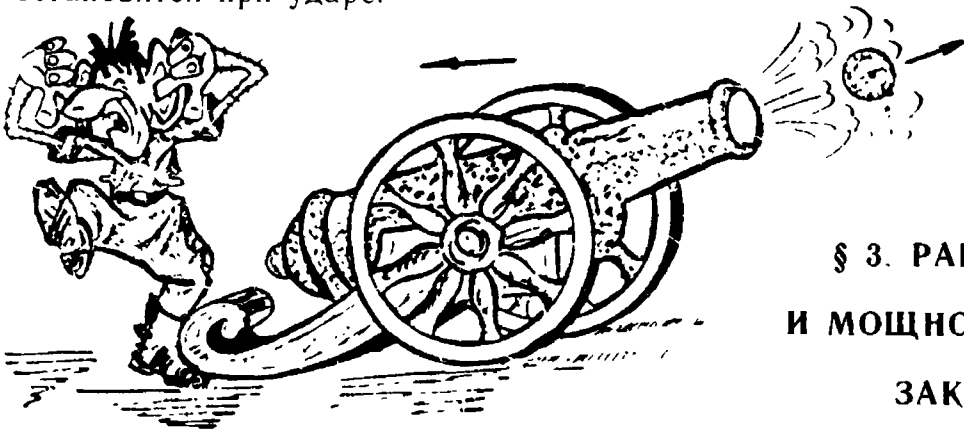


38. Мяч массой $m = 0,2$ кг подлетает к стенке под углом $\alpha = 30^\circ$ со скоростью $v_0 = 5$ м/с и отлетает от нее под тем же углом и с прежней по модулю скоростью (рис. 12). Время удара $\tau = 0,01$ с. Найти среднюю силу, действующую на мяч во время удара со стороны стенки.

Рис. 12

39. На санки массой M , движущиеся со скоростью v_0 по горизонтальной поверхности без трения, падает вертикально груз массой m , имеющий скорость u перед ударом. Определить скорость v санок с грузом после удара и среднюю силу давления N' на дорогу при ударе. Длительность удара τ .

40. Пренебрегая в условии задачи 39 длительностью удара, определить минимальное значение коэффициента трения полозьев санок о снег, при котором санки с упавшим на них грузом остановятся при ударе.



§ 3. РАБОТА И МОЩНОСТЬ.

ЗАКОНЫ

СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

И ИМПУЛЬСА

41. Прикладывая к лежащему на столе телу постоянную горизонтальную силу F , очень медленно переместили тело по окружности радиуса R . Какую работу совершили при этом над телом силы трения?

42. Через невесомый блок, укрепленный на неподвижной горизонтальной оси, перекинута невесомая и нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены грузы массами m_1 и m_2 ($m_1 > m_2$). Определить мощность которую развивает сила натяжения, примененная к первому грузу, через время t после начала движения системы.

43. Найти мощность сил трения, примененных к телу, скользящему по вершине сферической горки радиуса $R = 1,2$ м со скоростью $v = 2,5$ м/с. Масса тела $m = 60$ кг, коэффициент трения $k = 0,2$.

44. С высоты $h = 5$ м бросают вертикально вниз тело массой $m = 0,2$ кг с начальной скоростью $v = 2$ м/с. Тело углубляется в грунт на $l = 0,05$ м. Найти среднюю силу сопротивления грунта движению камня.

45. Плоскую шайбу толкнули так, что она начала скользить с начальной скоростью $v = 4$ м/с вверх по шероховатой наклонной плоскости с углом $\alpha = 30^\circ$ при основании. Скорость шайбы обратилась в нуль, когда она прошла расстояние $s = 1$ м. Со скользнет ли шайба вниз?

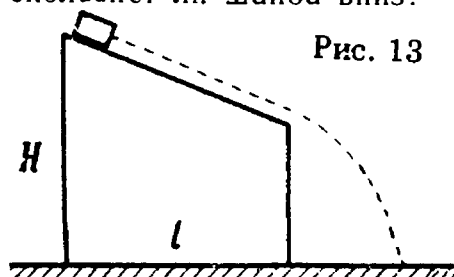


Рис. 13

46. Шайбу положили на верхний край наклонного стола высотой $H = 1,2$ м и шириной основания $l = 0,8$ м (рис. 13). Шайба скользит по столу и падает на пол. Найти скорость шайбы перед падением, если коэффициент трения между шайбой и столом $k = 0,5$.

47. Тело бросили под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 . Построить графики зависимости от времени полной, кинетической и потенциальной энергии тела.

48. Шарик подвешен на нити и совершает колебания в вертикальной плоскости. При прохождении положения равновесия его ускорение равно $a_0 = 10$ м/с². Чему равно ускорение шарика при максимальном отклонении от положения равновесия?

49. Небольшой шарик массы $m = 2$ кг, подвешенный на нити, отвели в сторону так, что нить образовала прямой угол с вертикалью и затем отпустили. Найти угол между нитью и вертикалью, при котором нить оборвется, если нить выдерживает натяжение $T_{\text{макс}} = 30$ Н.

50. Тело массой $m = 0,1$ кг соскальзывает без трения по наклонной плоскости, переходящей в цилиндрическую поверхность радиусом R . Определить силы давления тела на поверхность F_A и F_B в точках A и B в случае, когда тело соскальзывает с высоты $H = 3R$ (рис. 14).

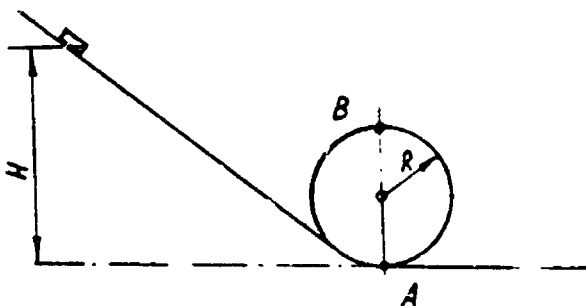


Рис. 14

51. Брусок массой $m = 0,2$ кг начинает соскальзывать без начальной скорости с высоты $H = 3$ м по желобу, выполненному в форме «мертвой петли» радиусом $R = 0,5$ м (см. рис. 14). При

прохождении верхней точки петли брусок едва не оторвался от желоба. Какую работу A совершили силы трения от начала движения бруска до прохождения им верхней точки петли?

52. Бруски массами $m_1 = 0,1$ кг и $m_2 = 0,4$ кг положены на гладкую горизонтальную поверхность и связаны нитью, продетой через пружинку жесткостью $k = 0,1$ кН/м. При натянутой нити пружинка сжата вдвое против длины $l_0 = 10$ см в недеформированном состоянии. Найти максимальные скорости движения брусков v_1 и v_2 после пережигания нити.

53. Телу массой $m = 2,5$ кг, лежащему на полу и соединенному со стеной недеформированной пружиной жесткостью $k = 60$ Н/м, сообщают скорость $v_0 = 3$ м/с перпендикулярно стене. Коэффициент трения между телом и полом $k_1 = 0,6$. Найти скорость тела к моменту, когда оно пройдет расстояние $h = 0,25$ м.

54. Брусок массой $m = 1,6$ кг, соединенный с легкой пружиной жесткостью $k = 256$ Н/м, располагают на высоте $H = 85$ см от пола (рис. 15) и отпускают. Длина недеформированной пружины $l_0 = 50$ см. Найти максимальную скорость бруска. Ось пружины во время движения системы остается вертикальной, влиянием воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения положить приблизительно $g = 10$ м/с².

55. На гладкой горизонтальной плоскости лежит брусок массой m , шарнирно соединенный с легкой недеформированной пружинкой длиной $l_0 = 50$ см, подвешенной над бруском на оси O (рис. 16). Жесткость пружинки k подобрана равной $2mg/l_0$, где g — ускорение свободного падения. На брусок действовали постоянной горизонтальной силой $\vec{F}_0$, по модулю равной mg . Найти скорость бруска в момент отрыва его от плоскости.

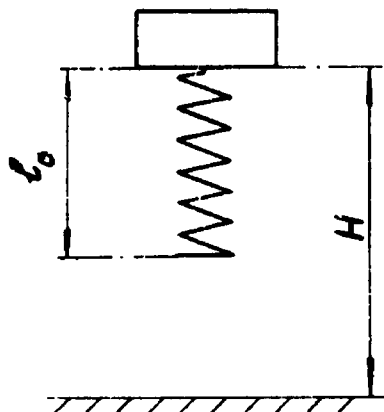


Рис. 15

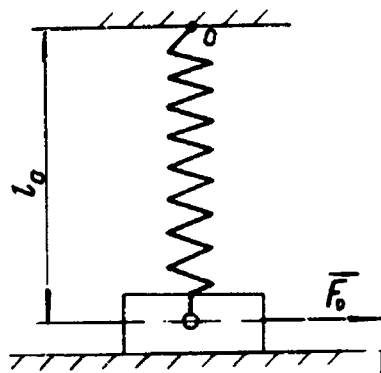


Рис. 16

56. Тело A налетает на неподвижное тело B и после удара движется с вдвое меньшей скоростью в направлении, перпендикулярном к первоначальному. Определить направление движения тела B после удара. Зависит ли ответ от того, сохраняется при ударе механическая энергия или нет, т.е. является удар упругим или неупругим?

57. Из пушки массой $M = 0,39$ кг, скользящей по гладкому полу, вылетел снаряд массой $m = 10$ г, который через $\tau = 1$ с упал на расстоянии $l = 4$ м от пушки, остановившейся в результате отдачи при выстреле. Определить скорость u , с которой скользила пушка перед выстрелом, скорость v , с которой снаряд покинул ствол, и угол α наклона ствола к горизонту. Найти также максимальную высоту H от пола, на которую снаряд поднялся во время полета. Размеры пушки не учитывать.

58. Космонавт массой $m_1 = 100$ кг находится на поверхности шаровидного астероида радиусом $R = 1$ км и держит в руках камень массой $m_0 = 10$ кг. С какой максимальной горизонтальной скоростью v_0 относительно поверхности астероида космонавт может бросить камень, не рискуя, что сам он вследствие отдачи станет спутником астероида? Средняя плотность астероида $\rho = 5 \cdot 10^3$ кг/м³, гравитационная постоянная $\gamma = 6,7 \cdot 10^{-11}$ м³/(кг · с²).

59. Пуля массой $m = 10$ г, летевшая горизонтально со скоростью $v_0 = 150$ м/с, простреливает лежащий на столе брусок массой $M = 2,5$ кг и теряет при этом половину своей кинетической энергии. Какую скорость приобретает брусок?

60. Два одинаковых маленьких пластилиновых шарика подвешены на одинаковых нерастяжимых нитях. Один шарик отклоняют от положения равновесия так, что нить горизонтальна, и отпускают. При соударении шарики слипаются. Определить максимальный угол, на который отклонятся после удара слипшиеся шары.

61. Тело массой $M = 0,1$ кг, способное двигаться без трения по горизонтальному стержню, закреплено на легкой пружине жесткостью $k = 10^3$ Н/м (рис. 17). В тело попадает пуля массой $m = 10$ г, двигавшаяся под углом $\alpha = 60^\circ$ к оси стержня со скоростью v , и застревает в нем. В результате тело начинает колебаться с амплитудой $a = 5$ см. Определить скорость пули v .

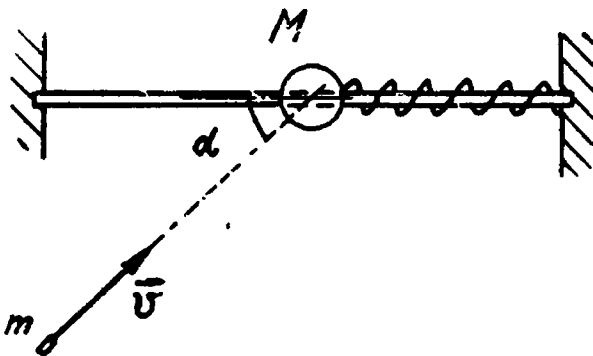


Рис. 17

62. Используя данные задачи 61, определить скорость пули, если пружина закреплена так, как показано на рис. 18. Длина пружины при равновесном положении груза $l_1 = 15$ см, длина нерастянутой пружины $l_0 = 10$ см.

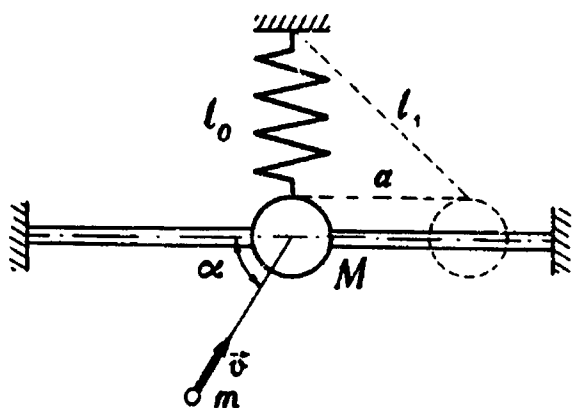


Рис. 18

63. На сколько сожмутся буферные пружины при столкновении двух железнодорожных вагонов массами $m_1 = 20$ т и $m_2 = 60$ т, движущихся навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 0,5$ м/с и $v_2 = 0,2$ м/с? При столкновении в каждом вагоне работают по две пружины жесткостью $k = 2 \cdot 10^4$ Н/м. Определить также ускорения вагонов в момент наибольшего сжатия пружин.



64. Стержень AB массой $m = 0,5$ кг, закрепленный в шарнире A , удерживается в равновесии горизонтальной проволокой BC . К концу стержня подвешен груз массой $M = 3$ кг. Определить натяжение проволоки T , если угол α , образованный стержнем с вертикалью, равен 45° (рис. 19).

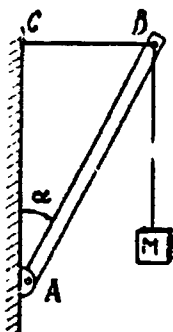


Рис. 19

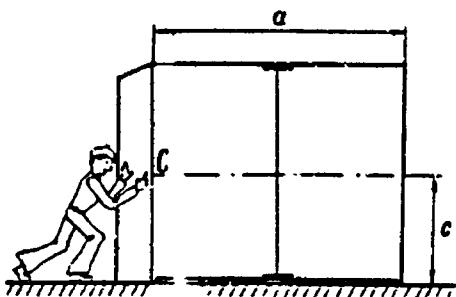


Рис. 20

65. Толкая шкаф в горизонтальном направлении, человек установил, что шкаф начинает опрокидываться, если усилие приложить выше точки C (рис. 20). Если же приложить усилие ниже этой точки, то шкаф начинает скользить по полу. Определить коэффициент трения между полом и шкафом, зная размеры a и c , указанные на рис. 20. Центр тяжести шкафа находится в его геометрическом центре.

66. Покупатель хочет приобрести товар весом P . У продавца имеются неравноплечие весы. Он предложил, используя гирию весом $P/2$, взвесить часть товара на одной чашке весов, а часть — на другой (рис. 21). Кто выиграет при таком взвешивании?

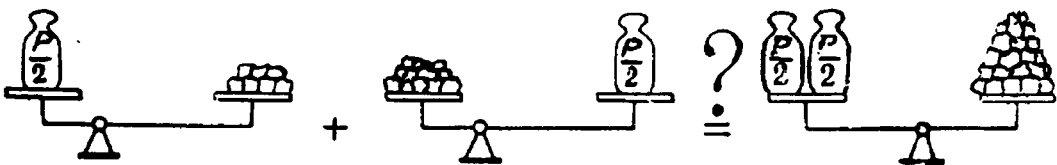


Рис. 21

67. На краю горизонтального шероховатого стола лежит палочка массой $M = 0,3$ кг, выступая за край стола на $\eta = 1/3$ часть своей длины. На выступающем ее конце подвешен на невесомой нерастяжимой нити маленький шарик (рис. 22). Шарик отводят в положение, при котором нить направлена вдоль палочки. При каких значениях массы шарика m палочка не будет отрываться от ствола в процессе колебаний шарика? Считать, что вследствие большого трения палочка не может скользить по столу.

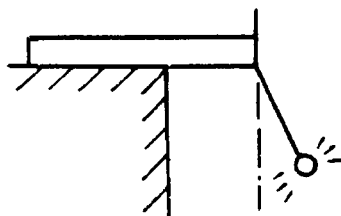


Рис. 22

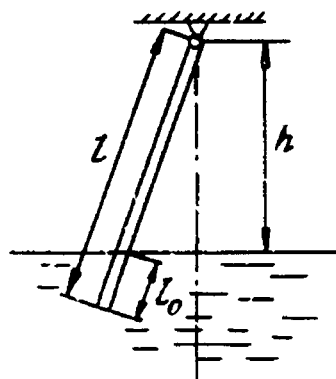


Рис. 23

68. К легкой пружинке, жесткость которой $k = 49$ Н/м, подвешено тело объемом $V = 70$ см³. Тело находится внутри стакана и не касается его дна и стенок. Наливая в стакан масло, замечают, что пружинка перестает укорачиваться после того, как тело поднимется на $h = 12$ мм от первоначального положения. Найти плотность масла ρ .

69. Тонкая палочка длиной $l = 40$ см, сделанная из материала с плотностью $\rho = 0,22$ г/см³, шарнирно подвешена к потолку на высоте h так, что нижний ее конец погружен в жидкость, плотность которой равна $\rho_0 = 0,8$ г/см³ (рис. 23). Определить длину погруженной части палочки l_0 .



70. Какое понадобится время τ , чтобы на поверхность стекла нанести слой серебра толщиной $d = 5$ мкм, используя для этого атомарный пучок с концентрацией атомов серебра $n = 10^{18} \text{ м}^{-3}$, движущихся со скоростью $v = 0,39 \text{ км/с}$? Молярная масса серебра $\mu = 108 \text{ г/моль}$, плотность $\rho = 10,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

71. Определить плотность воздуха ρ вблизи поверхности Земли при стандартных условиях $p_0 = 0,101 \text{ МПа}$, $T_0 = 273 \text{ К}$. Молярная масса воздуха $\mu = 29 \text{ г/моль}$.

72. В баллоне объемом $V = 100 \text{ л}$ находится гелий под давлением $p_1 = 5 \text{ МПа}$ при температуре $T_1 = 300 \text{ К}$. Вентиль баллона дал течь, и когда неисправность устранили, давление в баллоне оказалось равным $p_2 = 5,1 \text{ МПа}$, но температура повысилась до $T_2 = 340 \text{ К}$. Найти массу газа, вытекшего из баллона. Молярная масса гелия $\mu = 4 \text{ г/моль}$.

73. На рис. 24 а, б, в точки 1 и 2 изображают состояние одной и той же массы идеального газа. Установить, в каком из указанных состояний (1 или 2) больше давление, объем, температура.

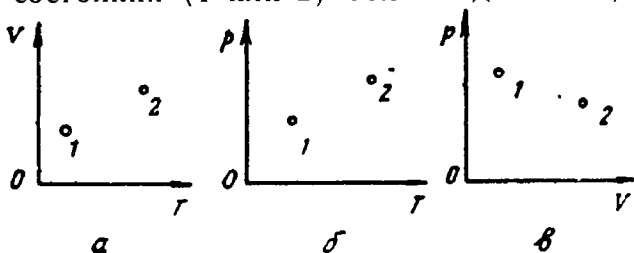


Рис. 24

74. Водород массой $m = 1 \text{ кг}$ при температуре $T_0 = 300 \text{ К}$ охлаждается изохорически так, что его давление падает в $\eta = 3$ раза. Затем газ расширяется изобарически так, что конечная температура равна начальной T_0 . Найти произведенную газом работу.

75. На рис. 25 показан круговой процесс 1—4 (цикл) некоторой массы газа на диаграмме (p, V) . Изобразить этот процесс на (p, T) -диаграмме, т.е. в координатах (p, T) . Определить, положительную или отрицательную работу совершает газ при выполнении цикла.

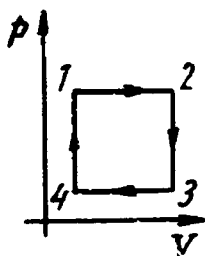


Рис. 25

76. Цилиндрическая пробирка длиной $l = 30$ см, содержащая некоторое количество воздуха при температуре $T_1 = 300$ К, полностью погружена в глицерин, плотность которого $\rho = 1,3$ г/см³. При этом поверхность глицерина внутри трубки находится в ее середине (рис. 26, а). Пробирку вынимают из глицерина так, что она едва касается поверхности жидкости открытым концом. Как и насколько следует изменить температуру воздуха в пробирке, чтобы глицерин по-прежнему заполнял половину ее объема (рис. 26, б)? Внешнее давление равно $p_0 = 1,0 \cdot 10^5$ Па.

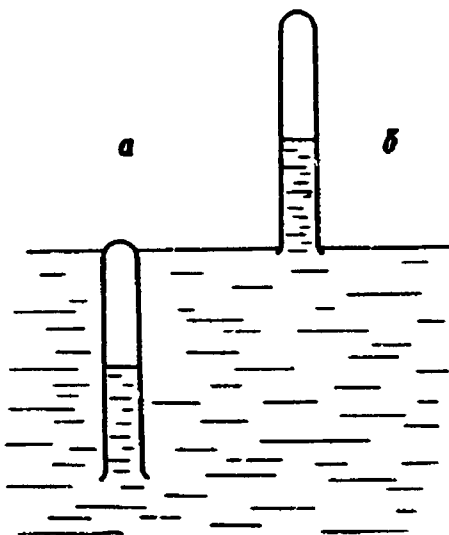


Рис. 26

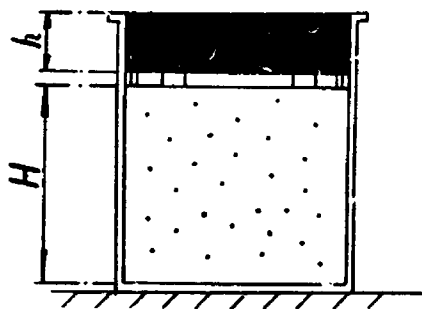


Рис. 27

77. В цилиндрическом сосуде под невесомым поршнем находится газ при температуре $T_1 = 300$ К. Высота столба газа $H = 0,5$ м. Над поршнем, герметично прилегающим к гладким

стенкам цилиндра, налита ртуть, заполняющая сосуд до краев (рис. 27). Высота столба ртути $h = 0,2$ м. До какой температуры T_2 следует медленно нагреть газ под поршнем, чтобы ртуть из сосуда вылилась? Плотность ртути $\rho = 13,6 \cdot 10^3$ кг/м³, атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

78. В цилиндре, открытом сверху, может без трения двигаться поршень массой $m = 10$ кг, герметично прилекая к стенкам цилиндра (рис. 28). Пружиной жесткостью $k = 2$ кН/м поршень соединен с нижним торцом цилиндра. Площадь сечения поршня $S = 1$ дм², атмосферное давление $p_0 = 0,1$ МПа. В начальном состоянии пружина сжата вдвое по сравнению с длиной $l_0 = 0,2$ м в недеформированном состоянии. К массе газа под поршнем начинают подводить тепло. Найти работу A , произведенную газом к моменту, когда пружина станет растягиваться, а также начальное давление газа в цилиндре.

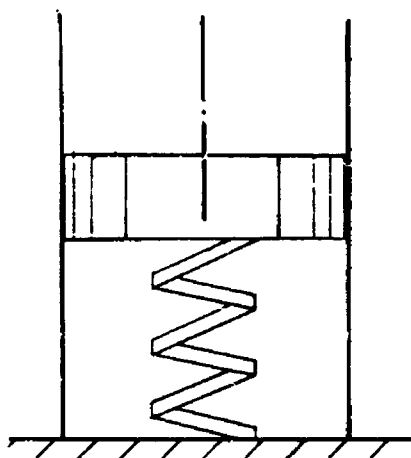
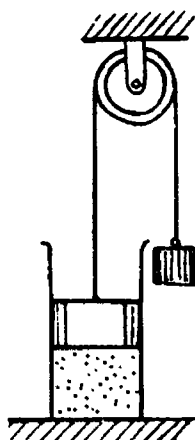
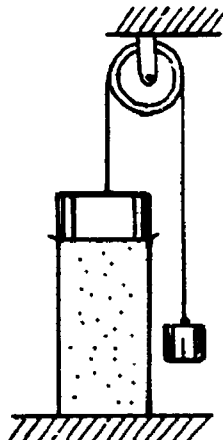


Рис. 28



а



б

Рис. 29

79. В вертикально закрепленном цилиндре с гладкими стенками высотой $H = 0,5$ м находится теплонепроницаемый поршень массой $m = 10$ кг и площадью сечения $S = 2$ дм², герметично прилегающий к стенкам цилиндра и занимающий среднее положение (рис. 29, а). К поршню прикреплен тонкий вертикальный канатик, перекинутый через блок. Когда к свободному концу канатика подвешивают груз массой $M = 20$ кг, система приходит в движение, и поршень вылетает из цилиндра со скоростью $v = 0,5$ м/с (рис. 29, б). Найти работу A , совершенную газом, находящимся под поршнем, за время его движения в цилиндре. Наружное давление $p_0 = 1$ кПа.

80. В закрепленном под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту цилиндре с открытым верхним концом (рис. 30) может без трения двигаться поршень массой $m = 1,0$ кг и площадью $S = 10$ см², герметично прилегая к стенкам цилиндра. Под поршнем находится воздух. Поршень выдвигают настолько, чтобы объем воздуха,

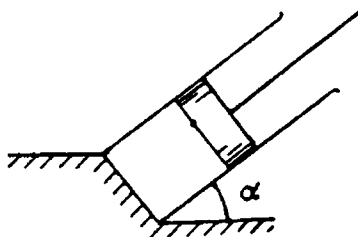
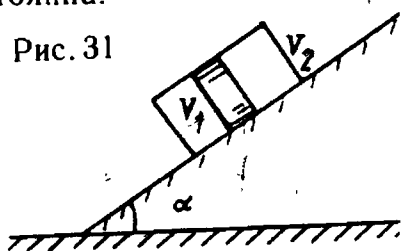


Рис. 30

находящегося под ним, увеличился вдвое, и отпускают. Определить ускорение поршня в этот момент. Атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа. Температура воздуха постоянна.

81. Внутри трубы, наполненной воздухом и закрытой с обоих торцов, может скользить без трения поршень массой $m = 4$ кг, герметично прилегающий к внутренним стенкам трубы. В горизонтально лежащей трубе поршень занимает среднее положение, а давление воздуха в трубе $p = 1,25$ кПа. Площадь поршня $S = 200$ см². Определить отношение объемов воздуха V_2/V_1 по обе стороны поршня в трубе, соскальзывающей по наклонной плоскости, образующей угол $\alpha = 60^\circ$ с горизонтом (рис. 31). Коэффициент трения между трубой и наклонной плоскостью равен $k = 0,25$, температура воздуха в трубе постоянна.

Рис. 31



82. В калориметр с водой при температуре $T_0 = 273$ К погружают кусок алюминия массой $m = 0,1$ кг, нагретый до $T_1 = 778$ К. При этом температура воды в калориметре повышается до $T = 278$ К, а часть ее выкипает.

Определить массу выкипевшей воды, если вначале в калориметре находилось $M = 1$ кг воды. Удельные теплоемкости воды и алюминия равны $c_v = 4,2$ кДж/(кг · К) и $c_a = 0,92$ кДж/(кг · К) соответственно. Удельная теплота парообразования воды $\lambda = 2,2$ МДж/кг. Теплоемкостью калориметра пренебречь.

83. При соблюдении некоторых условий можно нагреть воду при нормальном атмосферном давлении до температуры выше $T_k = 373$ К без того, чтобы вода закипела (перегретая вода).

Пробирку, содержащую $m = 100$ г перегретой воды при $T = 382$ К и нормальном атмосферном давлении, слегка встряхивают, отчего происходит бурное вскипание воды. Найти массу выкипевшей воды m' . Удельная теплоемкость воды в указанном интервале температур $c = 2,3$ МДж/кг, удельная теплота парообразования $\lambda = 2,2$ МДж/кг.



§ 6. ЗАДАЧИ, ПРЕДЛАГАВШИЕСЯ НА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ЭКЗАМЕНАХ В МИФИ

84. Два маленьких тела массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 6$ кг соединены нитью и расположены на гладкой цилиндрической поверхности, как показано на рис. 32, а. Если тела отпустить,

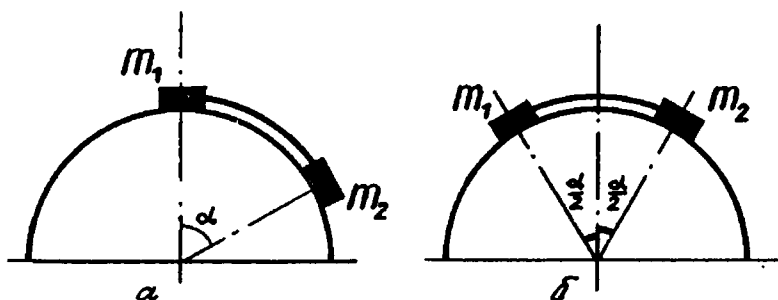


Рис. 32

они начинают двигаться с ускорением $a_0 = 6$ м/с². С каким ускорением a будут двигаться тела, если их расположить на поверхности симметрично, как показано на рис. 32, б?

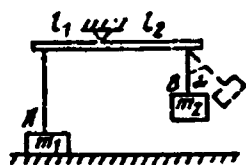


Рис. 33

85. Два тела A и B массами $m_1 = 1,5$ кг и $m_2 = 0,45$ кг соответственно подвешены на нитях к легкому коромыслу, плечи которого имеют длину $l_1 = 0,6$ м и $l_2 = 1$ м, причем тело A лежит на полу (рис. 33). На какой минимальный угол α следует отклонить подвес тела B , чтобы после его отпускания тело A оторвалось от пола?

86. Система состоит из невесомого стержня длины $l = 35$ см, положенного на неподвижную призму, а также невесомого блока с двумя грузами m_1 и m_2 груза массы $M = 2$ кг, прикрепленных к концам стержня (рис. 34), причем $m_1 + m_2 = M$. При движении грузов m_1 и m_2 равновесие стержня имеет место, если точка опоры стержня сдвинута на расстояние $\Delta l = 5$ см левее относительно середины стержня. Определить массы грузов m_1 и m_2 . Трением пренебречь.

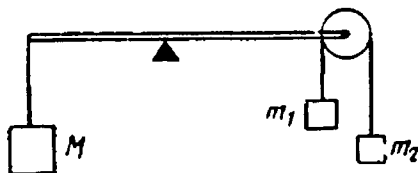


Рис. 34

87. К лежащему на полу телу массой $m = 12$ кг, прикреплена пружина жесткостью $\kappa = 300$ Н/м. Коэффициент трения между телом и полом $k = 0,4$. Вначале пружина была недеформирована. Затем, прикладывая к концу пружины силу, направленную под углом $\alpha = 30^\circ$ к полу (рис. 35), медленно переместили тело на расстояние $s = 0,4$ м. Какая работа была при этом совершена?

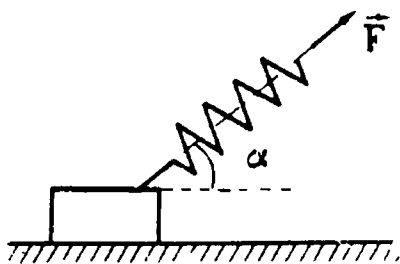


Рис. 35

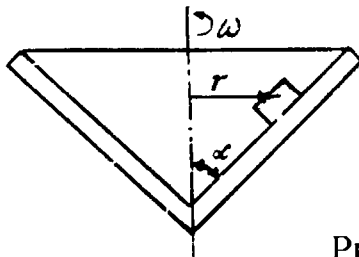


Рис. 36

88. Шайба лежит в конической чаше на расстоянии $r = 20$ см от вертикальной оси конуса (рис. 36). Угол между образующей и осью конуса $\alpha = 60^\circ$, коэффициент трения между шайбой и чашей $k = 0,8$. С какой угловой скоростью ω следует вращать чашу вокруг ее оси, чтобы шайба вылетела из чаши?

89. Плоская шайба массой $m = 0,2$ кг начинает скользить с начальной скоростью $v_0 = 12$ м/с вверх по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Коэффициент трения между шайбой и плоскостью $k = 0,3$. Какую работу совершат над шайбой силы трения в течение интервала времени $t = 3,5$ с после начала движения?

90. Груз массой $m = 30$ г, подвешенный на пружине, отпускают из положения, в котором пружина недеформирована. Чему равна работа силы тяжести и работа упругой силы, приложенной к грузу со стороны пружины, за время его движения до точки, в которой его скорость максимальна? Жесткость пружины $k = 3$ Н/м.

91. На подставке лежит брусок массы $m = 1$ кг, подвешенный к потолку с помощью пружины, жесткость которой $k = 72,6$ Н/м (рис. 37). В начальный момент пружина недеформирована. Подставку начинают опускать с ускорением $a = 5,8$ м/с². Найти мощность силы упругости, действующей на брусок в момент его отрыва от подставки.

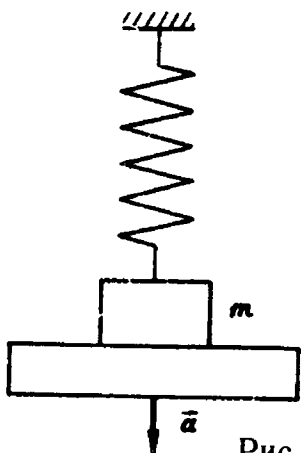


Рис. 37

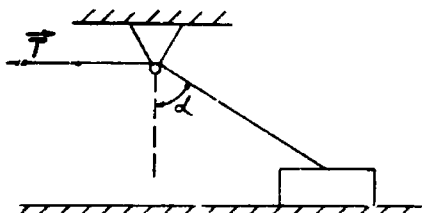


Рис. 38

92. Тело лежит на гладкой горизонтальной поверхности. К нему привязана легкая нерастяжимая нить, перекинута через блок очень малого радиуса. Блок подвешен на высоте $h = 1$ м над поверхностью. К другому концу нити приложили постоянную горизонтальную силу T (рис. 38). Первоначально тело покоится, и нить образует с вертикалью угол $\alpha = 60^\circ$. Определить скорость тела в момент отрыва груза от поверхности, если известно, что ускорение груза в начальный момент $a = 15$ м/с². Массой блока и трением пренебречь.

93. На концах невесомого стержня длиной l , который может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через его середину, укреплены два груза с массами $m_1 = 0,6$ кг и $m_2 = 2m_1$. В первоначальном положении стержень располагался горизонтально, а затем был отпущен с нулевой скоростью. Найти силу, с которой первый груз действует на стержень в тот момент, когда стержень окажется в вертикальном положении.

94. Гладкая горка массы M , высотой $h = 0,5$ м находится на гладкой горизонтальной поверхности (рис. 39). Какую скорость v_0 надо сообщить шайбе массой m , чтобы она смогла подняться на вершину этой горки? Отношение $m/M = 0,21$.

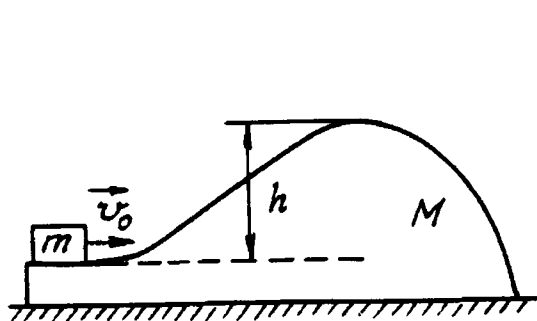


Рис. 39

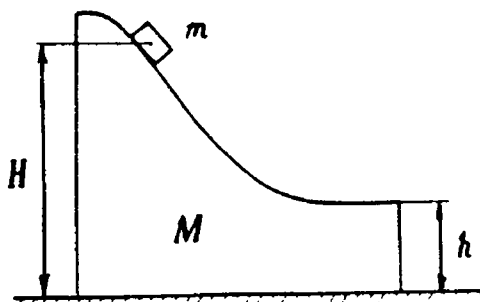


Рис. 40

95. Гладкая горка массы M находится на гладком горизонтальном полу. На горку положили и отпустили без толчка шайбу массы m (рис. 40). Отношение масс $m/M = \eta = 0,6$, указанные на рисунке размеры $H = 1,3$ м, $h = 0,5$ м. Каким будет расстояние от шайбы до правого края горки в момент падения шайбы на пол?

96. Пуля массой $m_1 = 9$ г, имевшая скорость $v_1 = 160$ м/с, направленную под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту (рис. 41), пробивает лежавшую на подставках доску массой $m_2 = 0,3$ кг, после чего поднимается на максимальную высоту $H = 45$ м над уровнем подставок. На какую высоту h подпрыгнет доска? Сопротивлением воздуха пренебречь.

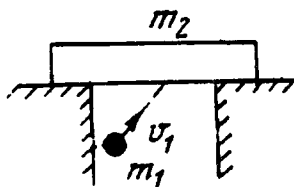


Рис. 41

97. Подвешенному на нити шарик у сообщили начальную скорость в горизонтальном направлении. Когда нить отклонилась на угол $\alpha = 30^\circ$ от вертикали, ускорение шарика оказалось направленным горизонтально. Найти угол β максимального отклонения нити.

98. Шайба, скользящая по гладкому полу со скоростью $v_0 = 12$ м/с, поднимается на трамплин, верхняя часть которого

горизонтальна, и соскакивает с него (рис. 42). При какой высоте трамплина h дальность полета шайбы s будет максимальной? Какова эта дальность?



Рис. 42

99. Телу массой $m = 1$ кг, лежащему на длинной горизонтальной доске массой $M = 2$ кг, сообщили начальную скорость $v_0 = 2$ м/с (рис. 43). Какой путь пройдет тело относительно доски, если коэффициент трения между ними $k = 0,2$, а трение между доской и плоскостью отсутствует?

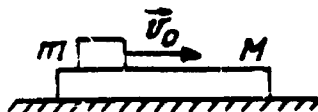


Рис. 43

100. Плоскую шайбу массой $m = 10$ кг толкнули вверх по доске длиной $l = 3$ м, опирающейся на уступ на расстоянии $h = 1$ м от конца (рис. 44). Масса доски $M = 20$ кг, доска составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом, трение между доской и шайбой отсутствует. Какую скорость v следует сообщить шайбе, чтобы нижний конец доски оторвался от пола?

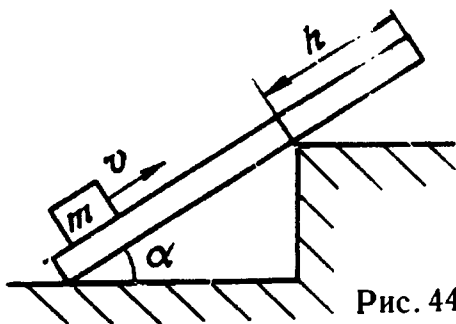


Рис. 44

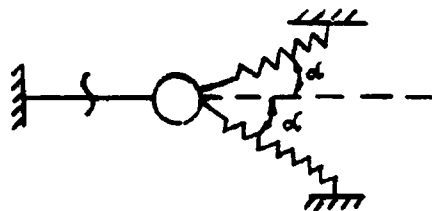


Рис. 45

101. Шарик массой $m = 50$ г прикреплен к двум одинаковым невесомым пружинкам и нити (рис. 45), угол $\alpha = 60^\circ$, жесткость каждой пружины $k = 10$ Н/м. В некоторый момент нить обрывается, и шарик начинает движение с ускорением $a = 2$ м/с². Найти максимальную скорость, которую приобретает шарик при своем движении, если расстояние между точками закрепления пружин не превышает удвоенной длины недеформированной пружины. Силой тяжести пренебречь.

102. Один моль идеального газа перевели из состояния 1 в состояние 2 изохорически так, что его давление уменьшилось в $n = 1,5$ раза, а затем изобарически нагрели до первоначальной температуры T_1 . При этом газ совершил работу $A = 0,83$ кДж. Найти температуру T_1 .

103. В цилиндре с площадью основания $S = 100$ см² находится газ при температуре $t = 27^\circ\text{C}$. На высоте $h = 30$ см от основания цилиндра расположен поршень массой $m = 60$ кг (рис. 46). Какую работу совершит газ при расширении, если его температуру медленно повысить на $\Delta t = 50^\circ\text{C}$? Атмосферное давление $p_0 = 1,0 \cdot 10^5$ Па.

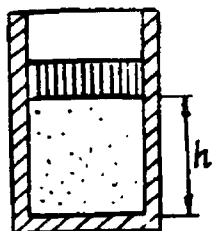


Рис. 46

104. В гладкой горизонтально закрепленной трубе, профиль которой показан на рис. 47, находятся в равновесии два поршня, герметично прилегающие к стенкам трубы и соединенные невесомым жестким стержнем длиной $l = 0,4$ м. В объеме между поршнями, площади сечения которых $S_1 = 0,1$ м² и $S_2 = 0,3$ м², находится газ, который начинают очень медленно нагревать, при этом поршни перемещаются из начального положения (рис. 47, а) в конечное (рис. 47, б). Найти приращение $\Delta U = U_6 - U_a$ внутренней энергии газа. Теплоемкость всей массы газа между поршнями $C = 40$ Дж/К, атмосферное давление $p_0 = 0,1$ МПа, начальная температура газа $T_1 = 250$ К.

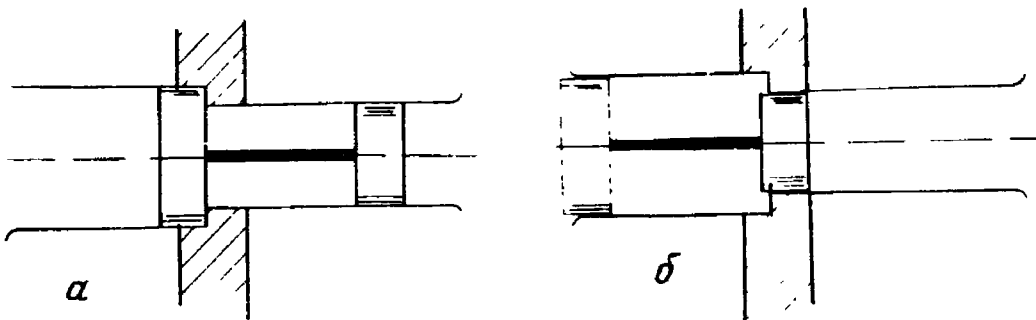


Рис. 47

105. В закрытом с обоих торцов цилиндре объемом $V = 1,2$ л находится воздух при давлении $p_0 = 100$ кПа, который разделен на две одинаковые половины тонким поршнем массы $m = 0,1$ кг.

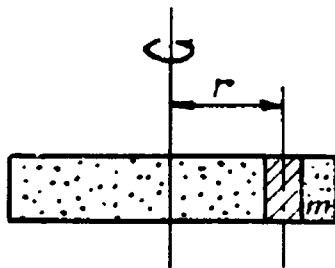


Рис. 48

Длина цилиндра $2l = 0,4$ м. Цилиндр привели во вращение с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через его середину. Найти ω , если поршень оказался на расстоянии $r = 0,1$ м от оси вращения (рис. 48). Трения нет, температура постоянна.

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ



§ 1

1. Задача решается просто в системе отсчета, связанной с водой в реке. В этой системе отсчета расставание и встреча катеров происходят в одной точке. Катера разошлись за время 2τ , за которое мост (вместе с берегами) «отъехал» на расстояние s со скоростью, равной скорости реки u . Таким образом $u2\tau = s$, откуда

$$u = \frac{s}{2\tau} = 2 \text{ км/ч.}$$

2. По определению средняя скорость есть отношение полного пути s , пройденного автомобилем, к полному времени движения t :

$$\langle v \rangle = \frac{s}{t}.$$

Согласно условию задачи для первой и второй половины пути имеем соотношения:

$$\frac{s}{2} = v_1 t_1,$$

$$\frac{s}{2} = v_2 \frac{t_2}{2} + v_3 \frac{t_2}{2},$$

где t_1 и t_2 — время, за которое автомобиль проезжает первую и вторую половину пути. Очевидно, $t_1 + t_2 = t$, откуда:

$$\langle v \rangle = \frac{s}{\frac{s}{2v_1} + \frac{s}{v_2 + v_3}} = \frac{2v_1(v_2 + v_3)}{v_2 + v_3 + 2v_1} = 40 \text{ км/ч.}$$

График зависимости пути, пройденного автомобилем, от времени приведен на рис. 49.

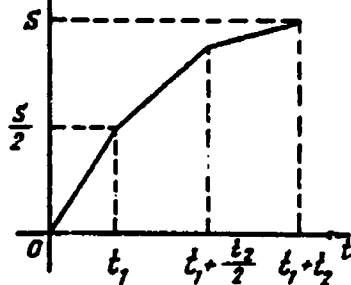


Рис. 49

3. Перемещение $\vec{d}$ шарика относительно пола складывается из его перемещения по стволу пушки $\vec{b}$ и перемещения пушки $\vec{l}$ по полу (закон сложения движений, рис. 50, а): $\vec{d} = \vec{b} + \vec{l}$.

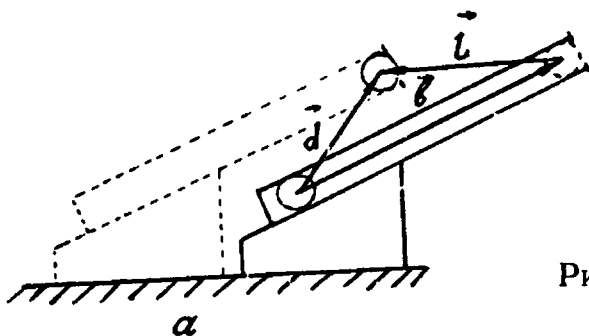
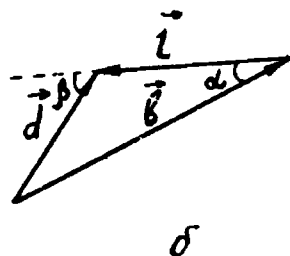


Рис. 50



Шарик покинет ствол в направлении перемещения $\vec{d}$, модуль которого определяется по теореме косинусов:

$$d = \sqrt{b^2 + l^2 - 2bl \cos \alpha} \approx 8 \text{ см},$$

а направление (угол β) — из теоремы синусов (рис. 50, б):

$$\sin \beta = (b/d) \sin \alpha, \quad \beta = 39^\circ.$$

4. Скорость $\vec{v}_{21}$ легковой машины относительно грузовика равна разности скоростей легковой машины $\vec{v}_2$ и грузовика $\vec{v}_1$ относительно дороги:

$$\vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_1).$$

Построение вектора $\vec{v}_{21}$ показано на рис. 51, из которого очевидно

$$v_{21} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 22 \text{ м/с};$$

$$\alpha = \arctg \frac{v_1}{v_2} = \arctg 0,5 = 27^\circ.$$

Рис. 51

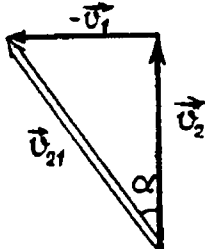
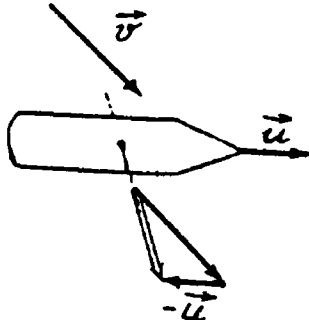


Рис. 52



5. Направление флага совпадает с направлением скорости ветра $\vec{v}'$ относительно корабля, равной разности между скоростями ветра $\vec{v}$ и корабля $\vec{u}$: $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$ (рис. 52).

6. Графики $a_x(t)$, $x(t)$ и $l(t)$ изображены на рис. 53, б-г под графиком $v_x(t)$ на рис. 53, а. В интервалах времени $0 \leq t \leq 2\tau$ и $3\tau \leq t \leq 4\tau$ частица движется с ускорениями, проекции которых на ось x противоположны по знаку, но одинаковы по модулю; в интервале $2\tau \leq t \leq 3\tau$ движение частицы равномерное.

Зависимость $x(t)$ в интервале $0 \leq t \leq 2\tau$ и $3\tau \leq t \leq 4\tau$ изображается участками парабол с вершинами, отвечающими моментам $t = \tau$ и $t = 4\tau$, когда скорость частицы обращается в нуль.

Положение ветвей парабол по отношению к их вершинам («вверх», «вниз») определяется знаками проекций ускорений $a_x = v_0/\tau$ при $0 \leq t \leq 2\tau$ и $a_x = -v_0/\tau$ при $3\tau \leq t \leq 4\tau$. В интервале времени $2\tau \leq t \leq 3\tau$ график $x(t)$ — отрезок прямой, плавно сопрягающийся с параболлами.

За время движения от $t = 0$ до $t = 2\tau$ перемещение частицы равно нулю, но пройденный ею за это время путь ($v_0 \tau$) вдвое больше модуля перемещения в течение времени от $t = 0$ до $t = \tau$.

Среднее значение модуля скорости в интервале $0 \leq t \leq 2\tau$ равно отношению ко времени 2τ пути $v_0 \tau$, пройденного за это время: $\langle v \rangle = v_0/2$.

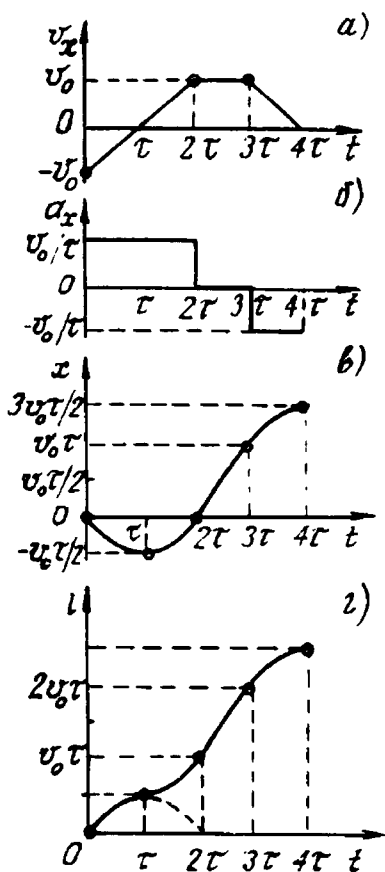


Рис. 53

7. Найдем вначале проекции ускорения на оси координат

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{\Delta t} = 0,5 \text{ м/с}^2; \quad a_y = \frac{v_y - v_{0y}}{\Delta t} = 1,5 \text{ м/с}^2.$$

Модуль ускорения и угол α между ускорением и осью x :

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 1,6 \text{ м/с}^2;$$

$$\alpha = \arctg \frac{a_y}{a_x} = \arctg 3 = 72^\circ.$$

8. Выбрав в качестве положительного направление вертикальной оси Oy снизу вверх (с началом O в точке бросания обоих тел), запишем законы (1) и (2), по которым изменяются со временем ординаты первого и второго тел:

$$y_1(t) = v_0(t + \tau_0) - g(t + \tau_0)^2/2, \quad (1)$$

$$y_2(t) = v_0 t - g t^2/2, \quad (2)$$

где t — время нахождения в воздухе второго тела с момента, когда его подбросили (к моменту t первое тело находится в полете время $t + \tau_0$).

В момент столкновения $t = \tau$ ординаты обоих тел одинаковы:

$$y_1(\tau) = y_2(\tau),$$

или

$$v_0(\tau + \tau_0) - g(\tau + \tau_0)^2/2 = v_0 \tau - g \tau^2/2,$$

откуда

$$\tau = v_0/g - \tau_0/2 = 3 \text{ с.}$$

Столкновение тел происходит на высоте

$$h = y_2(\tau) = v_0^2/2g - g \tau_0^2/8 \approx 85 \text{ м.}$$

9. Искомые зависимости определяются уравнениями равнопеременного движения с ускорением $\vec{a} = \vec{g}$ и с проекциями начальной скорости $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$; $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$:

$$a_x = 0;$$

$$a_y = -g;$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha;$$

Графики приведены на рис. 54. Момент времени t_1 соответствует максимальной высоте подъема тела и определяется из условия $v_y = 0$, откуда $t_1 = v_0 \sin \alpha / g$. Момент времени t_2 соответствует падению тела на землю. Он определяется из условия $y = 0$, откуда $t_2 = 2v_0 \sin \alpha / g$.

$$v_y = v_0 \sin \alpha - g t;$$

$$x = v_0 \cos \alpha t;$$

$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2}.$$

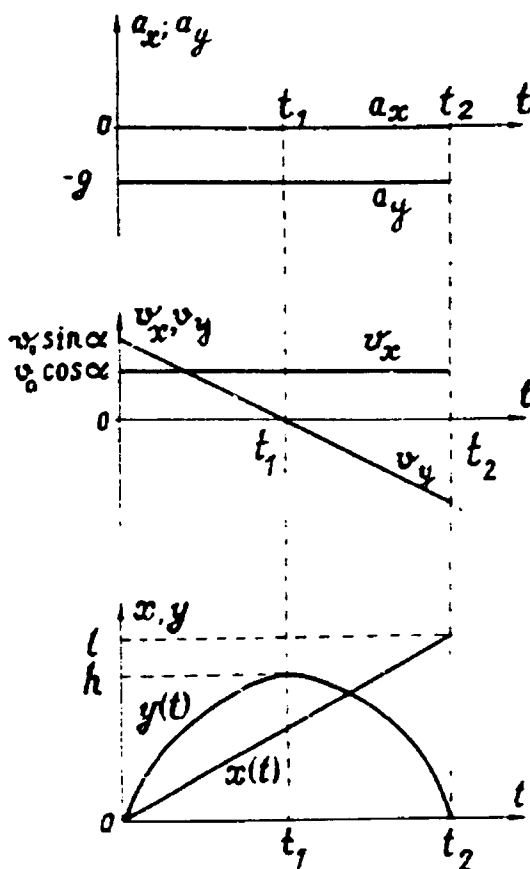


Рис. 54

Для нахождения максимальной высоты h полета тела нужно подставить $t = t_1$ в выражение для y , в результате получим

$$h = y(t_1) = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Для нахождения дальности полета l нужно подставить $t = t_2$ в выражение для x :

$$l = x(t_2) = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

10. Дальность полета камня, брошенного от земли под некоторым углом к горизонту, равна $v_r \tau$, где v_r — скорость (по модулю) перемещения тела в горизонтальном направлении; τ — время полета камня. В пренебрежении сопротивлением воздуха скорость v_r постоянна. Чем больше начальная вертикальная скорость, тем дольше находится в полете брошенный камень. Поэтому:

камень, брошенный с большей скоростью ($v_1 > v_2$), полетит выше и дальше (см. рис. 4, а);

оба камня (см. рис. 4, б) поднимутся на одинаковую высоту (вертикальные составляющие их начальных скоростей одинаковы), но камень, брошенный с большей скоростью, полетит дальше.

11. Используя полученные в решении задачи 9 выражения для дальности и длительности полета, находим

$$\sin 2\alpha = \frac{\sqrt{lg}}{v_0} = 0,61;$$

$$2\alpha = 38^\circ; \quad \alpha = 19^\circ;$$

$$t = 2v_0 \sin \alpha / g = 13 \text{ с.}$$

12. Через $\tau = 4 \text{ с}$ аэростат на высоте $h = \frac{a\tau^2}{2} = 4 \text{ м}$ приобретает скорость $u = a\tau = 2 \text{ м/с}$. Проекция скорости камня на координатные оси x и y в момент бросания (рис. 55):

$$v_{Ox} = v_0' \cos \alpha' = 4,76 \text{ м/с};$$

$$v_{Oy} = v_0' \sin \alpha' + u = 4,75 \text{ м/с}.$$

Закон движения сброшенного камня относительно земли имеют вид:

$$x(t) = v_{Ox} t;$$

$$y(t) = h + v_{Oy} t - \frac{gt^2}{2}.$$

Из условия падения камня ($y=0$) при $t=\tau'$ находим

$$h + v_{oy} \tau' - g \tau'^2 / 2 = 0,$$

откуда

$$\tau' = \frac{v_{oy}}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{v_{oy}}{g}\right)^2 + 2 \frac{h}{g}} \approx 1,5 \text{ с}$$

(решение со знаком «минус» перед радикалом не имеет смысла, так как при этом $t < 0$). Дальность полета камня по горизонтали

$$l = x(\tau') = v_{ox} \tau' = 7 \text{ м.}$$

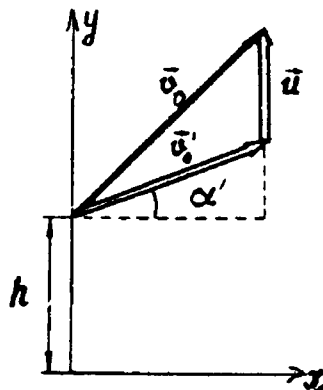


Рис. 55

13. Катер перемещается относительно берегов со скоростью $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{a}t$. В проекциях на координатные оси, выбранные, как показано на рис. 56, законы движения катера записываются так:

$$v_x = v_1;$$

$$v_y = at;$$

$$x = v_1 t;$$

$$y = at^2/2.$$

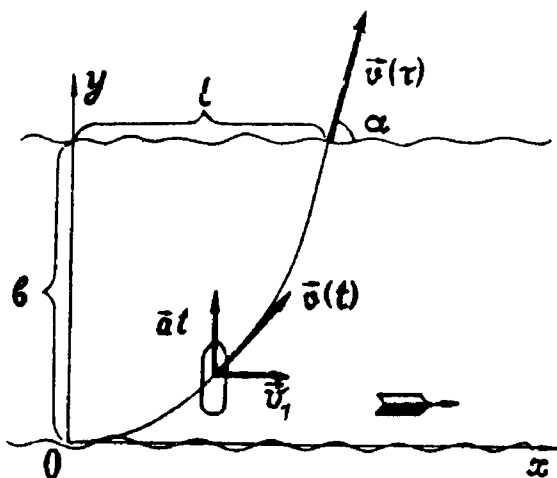


Рис. 56

Из условия $y=b$ находим время τ , за которое катер пересечет реку

$$\tau = \sqrt{2b/a} = 85 \text{ с},$$

и снос его течением

$$l = x(\tau) = v_1 \tau = 170 \text{ м}.$$

Скорость перед подходом к берегу:

$$v_y(\tau) = a \tau = \sqrt{2ba};$$

$$v(\tau) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_1^2 + 2ba} = 8,7 \text{ м/с}.$$

Угол между скоростью и берегом:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y(\tau)}{v_x} = \frac{\sqrt{2ba}}{v_1} = 4,2; \quad \alpha = 77^\circ.$$

14. При движении меняется только направление скорости, а модуль начальной скорости $\vec{v}_1$ и модуль конечной скорости $\vec{v}_2$ одинаковы (рис. 57, а): $v_1 = v_2 = v$.

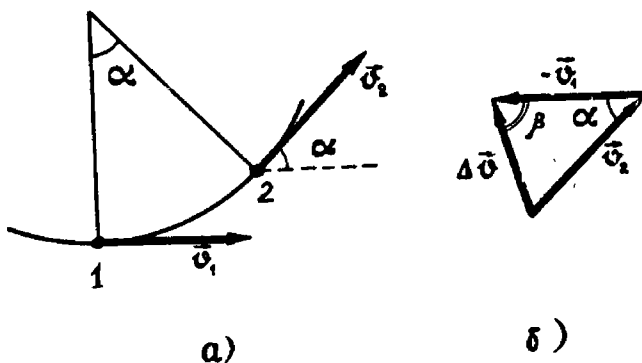


Рис. 57

Построение вектора приращения скорости

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

показано на рис. 57, б, из которого следует:

$$|\Delta \vec{v}| = 2v \sin \frac{\alpha}{2} = 5,2 \text{ м/с};$$

$$\beta = \frac{\pi - \alpha}{2} = 75^\circ.$$

15. Когда мальчик, перебив направление своего движения, перестал перемещаться относительно Земли, скорость v' его движения по карусели стала равна линейной скорости ωR периферийных точек карусели по отношению к Земле: $v' = \omega R$ (названные скорости противоположно направлены). Скорость мальчика по отношению к Земле до того, как он изменил направление своего движения, была равна, следовательно, $v = \omega R + v' = 2\omega R$, и мальчик двигался по окружности радиусом R с центростремительным ускорением $a_{\text{ц}} = v^2/R = 4\omega^2 R = 0,2 \text{ м/с}^2$ относительно Земли.

§ 2

16. На ракету действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила тяги $\vec{F}$ (рис. 58), равнодействующую которых $\vec{R}$ найдем по теореме косинусов:

$$R = \sqrt{F^2 + (mg)^2 - 2Fmg \sin \alpha}.$$

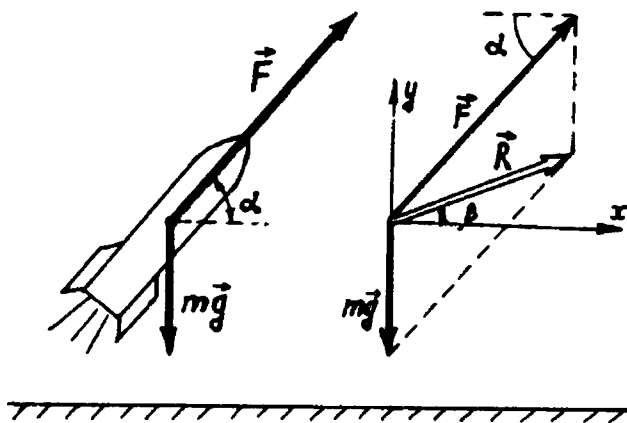


Рис. 58

Ускорение ракеты

$$a = \frac{R}{m} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2 - 2\frac{F}{m}g \sin \alpha} = 17 \text{ м/с}^2.$$

Направление ускорения определяется углом β между силой $\vec{R}$ и горизонтом:

$$\operatorname{tg} \beta = R_y/R_x = (F \sin \alpha - mg)/F \cos \alpha = 0,93; \quad \beta = 43^\circ.$$

17. Минимальное значение F_0 должно быть по модулю равно максимальному значению силы трения покоя, которое приближенно равно силе трения скольжения $F_{\text{тр.ск}}$. Силу трения скольжения найдем, спроектировав уравнение движения бруска на направление силы $\vec{F}$:

$$ma = F - F_{\text{тр.ск.}},$$

откуда

$$F_{\text{тр.ск.}} = F - ma.$$

Следовательно,

$$F_0 = F_{\text{тр.ск}} = 5 \text{ Н.}$$

18. На брусок действует сила $\vec{F}$, сила тяжести $m\vec{g}$, сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ и сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ (рис. 59).

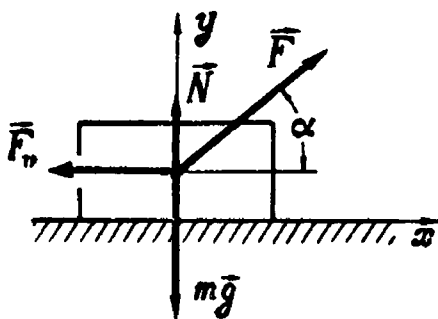


Рис. 59

Уравнение движения

$$m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N}$$

спроектируем на горизонтальное и вертикальное направления:

$$\left. \begin{aligned} ma_x &= F \cos \alpha - F_{\text{тр}}, \\ ma_y &= F \sin \alpha - mg + N. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Заранее неизвестно, останется ли брусок в покое, будет скользить по полу или даже при достаточно большой силе F оторвется от пола и полетит. В таком случае нужно сделать какое-либо определенное предположение и затем по результату решения задачи оценить правильность этого предположения.

Предположим, что брусок будет скользить по полу. В этом случае

$$a_y = 0, \quad F_{\text{тр}} = kN.$$

Подставляя эти величины в уравнение (1), найдем

$$\left. \begin{aligned} N &= mg - F \sin \alpha; \\ a_x &= \frac{F}{m} (\cos \alpha + k \sin \alpha) - kg. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Для данных, приведенных в условии а), получаем

$$N = 9,5 \text{ Н}; \quad a_x = -3,9 \text{ м/с}^2.$$

Значение $a_x < 0$ означает, что брусок будет двигаться влево, чего не может быть. Следовательно, предположение о наличии скольжения неверно, и брусок останется в покое:

$$a_x = a_y = 0.$$

При условии б) выражения (2) дают «разумные» результаты:

$$N = 7,5 \text{ Н}; \quad a_x = 0,6 \text{ м/с}^2.$$

При условии в) выражения (2) дают

$$N = -2,5 \text{ Н}; \quad a_x = 23 \text{ м/с}^2.$$

Значение $N < 0$ неприемлемо, поскольку пол может только давить на брусок, но не может «тянуть» его. Таким образом, брусок оторвется от пола. В этом случае $N = 0$ и $F_{\text{тр}} = 0$ и из уравнений (1) находим:

$$a_x = \frac{F}{m} \cos \alpha = 22 \text{ м/с}^2;$$

$$a_y = \frac{F}{m} \sin \alpha - g = 2,5 \text{ м/с}^2;$$

$$a_y = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 22 \text{ м/с}^2;$$

19. Когда брусок только сдвигается с места, его ускорение равно нулю. Воспользовавшись результатом (2) предыдущей задачи, находим силу, достаточную для сдвигания бруска:

$$F = \frac{k mg}{\cos \alpha + k \sin \alpha}. \quad (1)$$

Сила будет минимальна, когда знаменатель этого выражения максимален. Выполним преобразование:

$$\cos \alpha + k \sin \alpha = \sqrt{1 + k^2} \cos(\alpha - \varphi), \quad (2)$$

где φ — угол, определяемый соотношениями:

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + k^2}}; \quad \sin \varphi = \frac{k}{\sqrt{1 + k^2}}; \quad \text{tg } \varphi = k.$$

Очевидно, выражение (2) максимально, когда

$$\alpha_0 = \varphi = \operatorname{arctg} k = 27^\circ.$$

Подставляя в (1) найденное значение α , получаем

$$F_0 = mg \frac{k}{\sqrt{1+k^2}} = 4,5 \text{ Н.}$$

20. На брусок действуют (рис. 60): сила тяжести $m\vec{g}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}$, сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$. Уравнение движения

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{T}$$

спроектируем на ось x , параллельную наклонной поверхности, и на ось y , перпендикулярную ей:

$$\left. \begin{aligned} ma_x &= mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} + T \cos \alpha, \\ ma_y &= -mg \cos \alpha + N + T \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

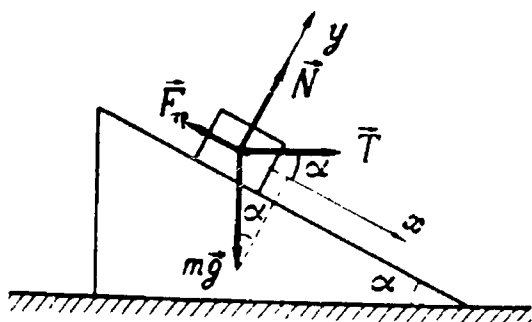


Рис. 60

По условию брусок не отрывается от поверхности и скользит по ней с очень малым (практически нулевым) ускорением. Поэтому

$$a_x = a_y = 0, \quad F_{\text{тр}} = k N,$$

и уравнения (1) принимают вид:

$$0 = mg \sin \alpha - k N + T \cos \alpha;$$

$$0 = -mg \cos \alpha + N + T \sin \alpha.$$

Умножив второе уравнение на k и сложив с первым, получим

$$0 = mg (\sin \alpha - k \cos \alpha) + T (\cos \alpha + k \sin \alpha),$$

откуда

$$T = mg \frac{k \cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + k \sin \alpha} = 0,38 \text{ Н.}$$

Если $k < \operatorname{tg} \alpha$ получается $T < 0$. Это означает, что брусок сам будет скользить по поверхности, и тянуть его не нужно.

21. При малых значениях a_0 шайба не проскальзывает относительно доски и движется с тем же ускорением: $a = a_0$. Это ускорение сообщается шайбе силой трения покоя. Поскольку

$$F_{\text{тр. пок}} \leq kN = kmg,$$

имеем

$$a = \frac{F_{\text{тр. пок}}}{m} \leq kg.$$

Таким образом, до тех пор, пока $a_0 \leq kg$, проскальзывания нет и $a = a_0$, затем с увеличением a_0 начинается проскальзывание, и шайба движется с ускорением

$$a = \frac{F_{\text{тр. ск}}}{m} = \frac{km g}{m} = kg,$$

не зависящим от a_0 . График дан на рис. 61.

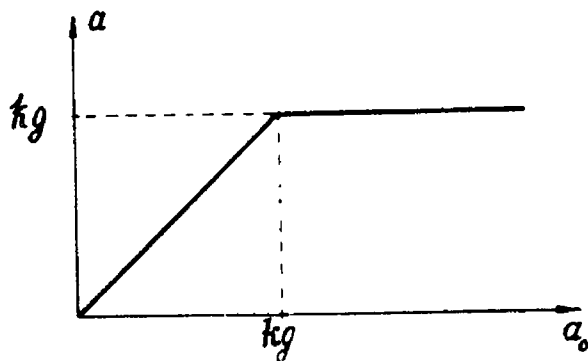


Рис. 61

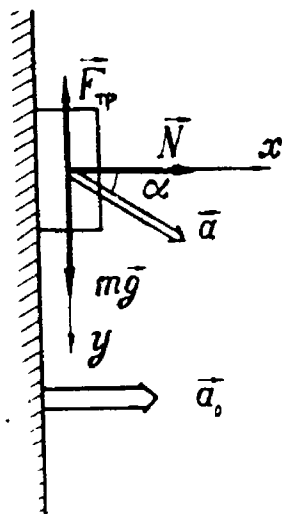


Рис. 62

22. На брусок действуют (рис. 62): сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормальной реакции $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$. Уравнение второго закона Ньютона

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}$$

проектируем на оси x и y , указанные на рис. 62:

$$ma_x = N;$$

$$ma_y = mg - F_{\text{тр}}.$$

Очевидно, в направлении оси x брусок движется с тем же ускорением, что и стенка:

$$a_x = a_0; \quad N = ma_0.$$

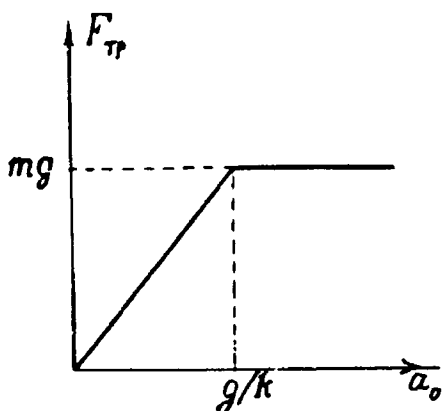
Если ускорение a_0 невелико, брусок скользит по стенке. В этом случае $F_{\text{тр}} = kN = kma_0$, и мы находим

$$a_y = g - \frac{F_{\text{тр}}}{m} = g - ka_0.$$

Если $ka_0 \geq g$, получается $a_y \leq 0$. Это означает, что брусок «прилипает» к стенке. В этом случае $a_y = 0$ и сила трения

$$F_{\text{тр}} = mg.$$

График зависимости силы трения от a_0 приведен на рис. 63. При условии а) имеет место $ka_0 > g$, поэтому



$$a_x = a_0 = 30 \text{ м/с}^2;$$

$$a_y = 0;$$

$$a = a_0.$$

При условии б) будет $ka_0 < g$, и мы находим

$$a_x = a_0 = 10 \text{ м/с}^2;$$

$$a_y = g - ka_0 = 6 \text{ м/с}^2;$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_y}{a_x} = 0,6; \quad \alpha = 31^\circ.$$

Рис. 63

23. В горизонтальной плоскости на брусок действует со стороны доски сила трения

$$F_{\text{тр}} = kmg,$$

направленная влево (против направления скольжения бруска по доске), а на доску — такая же по модулю сила со стороны бруска, направленная вправо. Направив ось x вдоль начальной скорости бруска, найдем ускорения бруска a_{1x} и доски a_{2x} :

$$a_{1x} = -kg;$$

$$a_{2x} = \frac{F_{\text{тр}}}{M} = k \frac{m}{M} g.$$

К моменту времени t брусок и доска будут иметь следующие скорости и перемещения:

$$v_{1x} = v_0 - k g t; \quad v_{2x} = k \frac{m}{M} g t;$$

$$x_1 = v_0 t - k g t^2 / 2; \quad x_2 = k \frac{m}{M} g t^2 / 2.$$

При минимальном значении v_0 к моменту, когда брусок достигнет правого края доски, скорости доски и бруска сравняются

$$v_{1x} = v_{2x},$$

причем пройденное бруском расстояние будет на l больше пройденного доской:

$$x_1 - x_2 = l.$$

Эти условия приводят к двум уравнениям:

$$v_0 - k g t = k \frac{m}{M} g t,$$

$$v_0 t - k g t^2 / 2 - k \frac{m}{M} g t^2 / 2 = l$$

для неизвестных v_0 и t . Решая эту систему уравнений, находим

$$v_0 = \sqrt{2 k g l (1 + M/m)} = 7 \text{ м/с}.$$

Попробуйте решить эту задачу с использованием законов сохранения импульса и энергии (см. решение задачи 99).

24. В обоих случаях (см. рис. 7, а, б) резиновый шнур натянут с силой $T = (m_1 + m_2) g$. Сразу после пережигания нити шар массой m_1 , висевший на шнуре, приходит в движение с ускорением a_1 , определяемым из уравнения его движения

$$m_1 a_1 = T - m_1 g$$

или

$$m_1 a_1 = m_2 g. \quad (1)$$

Аналогично (см. рис. 7, б)

$$m_2 a_2 = m_1 g. \quad (2)$$

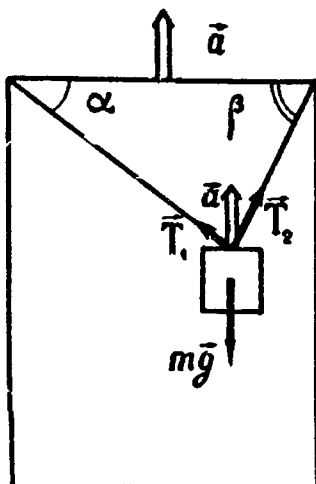


Рис. 64

Из формул (1) и (2) находим

$$a_2 = g^2/a_1 \simeq 20 \text{ м/с}^2.$$

25. На груз действуют силы натяжения нитей T_1 , T_2 и сила тяжести mg (рис. 64).

Записав уравнение движения груза в вертикальном направлении

$$ma = T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta - mg \quad (1)$$

и условие равновесия груза для горизонтального направления

$$T_1 \cos \alpha = T_2 \cos \beta, \quad (2)$$

находим натяжение нитей из соотношений (1) и (2):

$$T_1 = (m(g + a) \cos \beta) / \sin(\alpha + \beta);$$

$$T_2 = (m(g + a) \cos \alpha) / \sin(\alpha + \beta).$$

26. Во время маневра космический корабль с космонавтом движется с ускорением $\vec{a}$, определяемым действием силы тяжести $M\vec{g}$ и силой тяги $\vec{F}$, развиваемой двигателями:

$$M\vec{a} = M\vec{g} + \vec{F}. \quad (1)$$

Уравнение движения космонавта, движущегося с тем же ускорением:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}, \quad (2)$$

где $\vec{N}$ — реакция на космонавта со стороны корпуса корабля; $\vec{g}$ — ускорение свободного падения на высоте, где совершается маневр.

Исключив из формул (1) и (2) ускорение $\vec{a}$, получим

$$\vec{N} = \frac{m}{M} \vec{F}.$$

На основании третьего закона Ньютона и определения веса $\vec{G} = -\vec{N} = -\frac{m}{M} \vec{F}$, вес космонавта во время маневра

$$G = \frac{m}{M} F = 20 \text{ Н}.$$

Этот вес меньше веса $G_0 = mg_0$ космонавта на поверхности Земли

$$(g_0 \simeq 9,8 \text{ м/с}^2) \text{ в } (G_0/G) = M g / F = 49 \text{ раз.}$$

27. Пружинка растянута, так как ускорение левого бруска $\vec{a}_1 = \vec{F}/m$ совпадает с направлением силы упругости $\vec{F}$, действующей на левый брусок со стороны пружинки. Сила упругости $(-\vec{F})$, действующая со стороны пружинки на правый брусок, сообщает ему ускорение $\vec{a}_2 = (-\vec{F})/2m = -\vec{a}_1/2$.

28. Равнодействующая R приложенных к шарiku силы тяжести $m\vec{g}$ и силы натяжения нити $\vec{T}$ создает как центростремительное ускорение, направленное вдоль нити к центру O , так и касательное к траектории шарика ускорение, поскольку его движение по дуге окружности неравномерно (рис. 65).

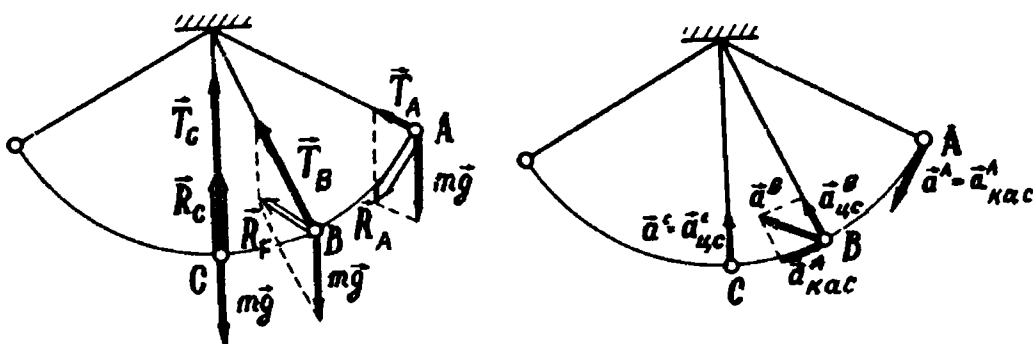


Рис. 65

В крайнем положении шарика (точка A), где его скорость равна нулю, центростремительное ускорение ($a_{цс} = mv^2/R$) также равно нулю, и шарик обладает только касательным ускорением.

В любой промежуточной точке B полное ускорение складывается из центростремительного $\vec{a}_{цс}$ и касательного $\vec{a}_{кас}$ и направлено в сторону вогнутости траектории шарика. Такое же направление имеет и равнодействующая $\vec{R}_B = m\vec{g} + \vec{T}_B$.

В точке C равнодействующая направлена вертикально и может создавать только центростремительное ускорение.

29. Силы показаны на рис. 66. Равнодействующая горизонтальна и направлена к центру окружности O .

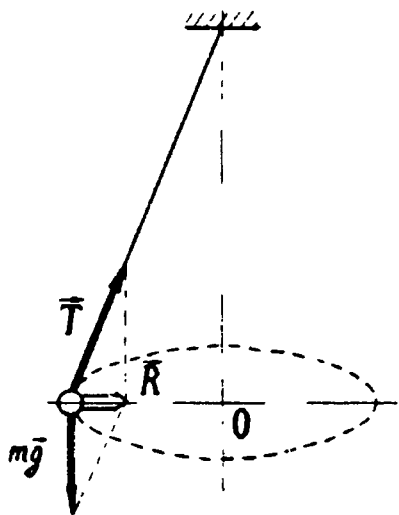


Рис. 66

30. Как при торможении, так и при повороте скорость автомобиля изменяется под воздействием силы трения колес о землю, причем максимальное значение этой силы в обоих случаях одинаково и равно силе трения скольжения. Для предотвращения аварии нужно, чтобы эта сила как можно эффективнее уменьшала скорость приближения автомобиля к стенке. Наиболее выгодное использование силы трения получается при торможении, так как в этом случае сила трения все время направлена от стены. При повороте же сила трения направлена перпендикулярно к скорости движения

автомобиля, т. е. в начале поворота параллельна стене и вообще не уменьшает скорости, с которой автомобиль приближается к стене, а затем эта скорость уменьшается лишь компонентой силы трения, перпендикулярной к стене.

Расчет показывает, что минимальный радиус поворота вдвое больше тормозного пути. Проверьте это.

31. Запишем закон движения шайбы (рис. 67, а).

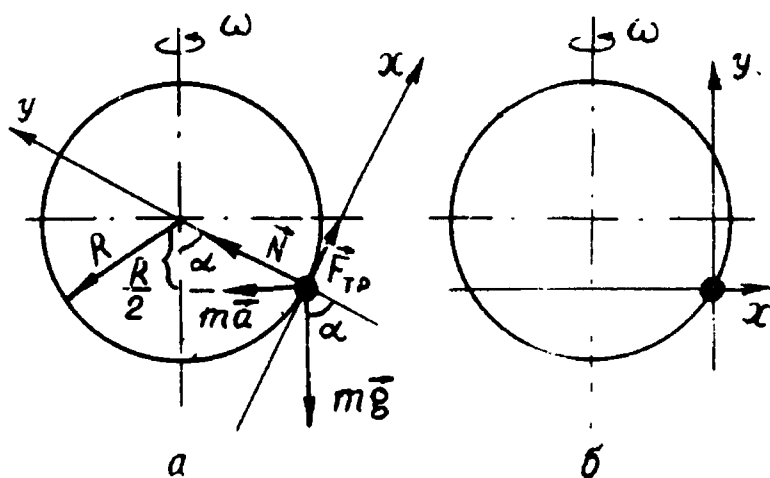


Рис. 67

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}, \quad (1)$$

где $\vec{a}$ — ускорение шайбы, движущейся вместе со сферой

$$a = v^2/r = \omega^2 r = \frac{\sqrt{3}}{2} \omega^2 R, \quad (2)$$

($r = \frac{\sqrt{3} R}{2}$ — радиус окружности, по которой движется шайба); N — сила нормальной реакции на шайбу со стороны сферы (сила N направлена вдоль радиуса сферы); $F_{\text{тр}}$ — сила трения шайбы о сферу. Заметим, что если шайба не проскальзывает относительно сферы, то $F_{\text{тр}}$ есть сила трения покоя. В противном случае имеем силу трения скольжения, т. е.

$$F_{\text{тр}} = k N. \quad (3)$$

Согласно условию задачи, необходимо как раз найти такое значение коэффициента трения k , чтобы одновременно выполнялись условия (1) — (3). Проектируя уравнение (1) на оси Ox , Oy (см. рис. 67, а), получим систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} x: -ma \cos \alpha &= -mg \sin \alpha + F_{\text{тр}}, \\ y: ma \sin \alpha &= -mg \cos \alpha + N, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $\text{tg } \alpha = \sqrt{3}$ (см. рис. 67, а). Отсюда имеем

$$F_{\text{тр}} = m(g \sin \alpha - a \cos \alpha); \quad N = m(g \cos \alpha + a \sin \alpha);$$

$$k = \frac{F_{\text{тр}}}{N} = \sqrt{3} \frac{2g - \omega^2 R}{3g + 3\omega^2 R} = 0,35.$$

В заключение предлагаем решить ту же задачу, выбрав оси координат, как показано на рис. 67, б.

32. На рис. 68, а, б указаны силы, действующие на груз, когда он проходит нижнее и верхнее положения, а также его ускорения $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$.

Из уравнений движения груза в нижней точке траектории

$$m\vec{a}_1 = m\vec{g} + \vec{T}_1$$

находим наибольшую силу, с которой натянута штанга

$$\vec{T}_1 = m\vec{a}_1 - m\vec{g}.$$

Спроектировав T_1 на вертикальное направление (положительное снизу вверх), получим

$$T_1 = ma_1 + mg = m\omega^2 l + mg = 4\pi^2 n^2 l m + mg = 12 \text{ Н.}$$

Спроектировав аналогичное выражение для силы

$$\vec{T}_2 = m\vec{a}_2 - m\vec{g},$$

действующей на груз при прохождении им верхнего положения, на направление ускорения $\vec{a}_2$, находим

$$T_2 a_2 = ma_2 - mg = 4\pi^2 n^2 ml - mg = -7,7 \text{ Н.}$$

Отрицательный знак проекции означает, что сила $\vec{T}_2$ действует на груз вертикально вверх, т. е. штанга сжата.

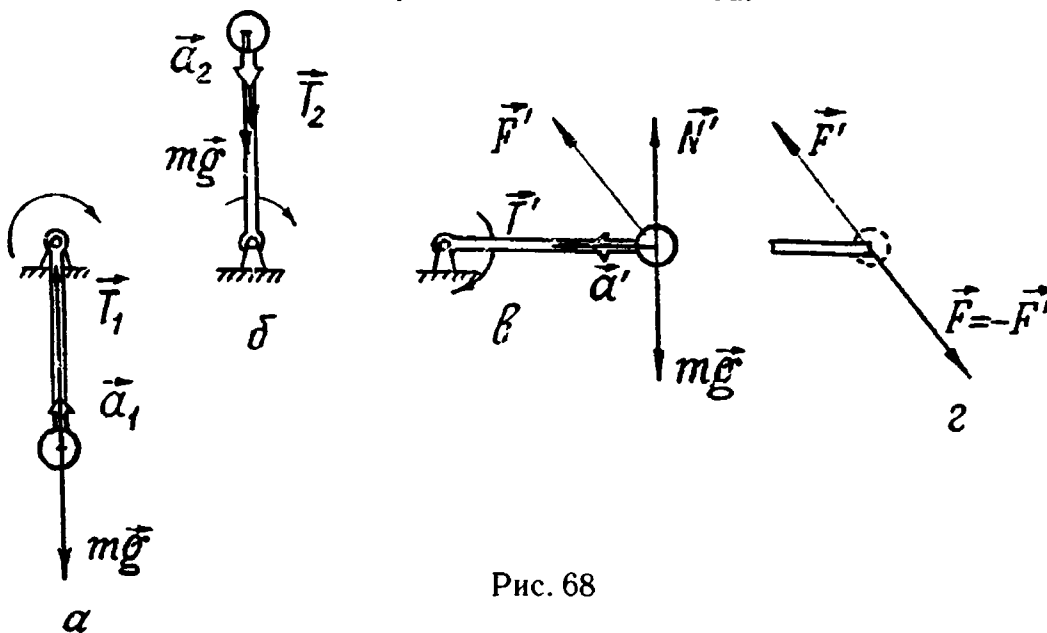


Рис. 68

На рис. 68, в указаны силы $\vec{N}'$ и $\vec{T}'$, действующие на груз, когда вращающаяся штанга горизонтальна. Так как штанга вращается равномерно, то $N' = mg$, и сила $\vec{T}'$ обеспечивает центростремительное ускорение $\vec{a}'$ груза ($a' = 4\pi^2 n^2 l$), поэтому

$$T' = ma' = 4\pi^2 n^2 ml.$$

Равнодействующая сила $\vec{N}'$ и $\vec{T}'$ равна $\vec{F}'$. По третьему закону Ньютона груз действует на штангу с силой $\vec{F} = -\vec{F}'$ (рис. 68, з). Следовательно,

$$F = F' = \sqrt{N'^2 + T'^2} = \sqrt{(mg)^2 + (4\pi^2 n^2 ml)^2}.$$

33. Запишем закон движения муфточки (рис. 69).

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{упр}} + \vec{N}, \quad (1)$$

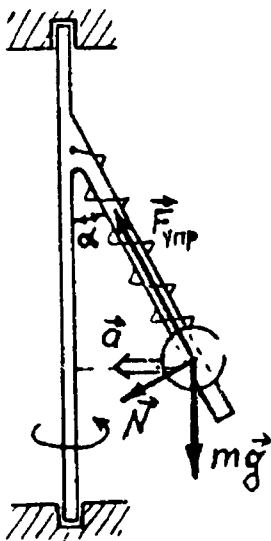


Рис. 69

где $\vec{F}_{\text{упр}}$ — сила, действующая на муфточку со стороны пружины; $\vec{N}$ — реакция штанги. Так как муфточка равномерно движется по окружности, ее ускорение направлено к центру вращения и равно $a = \frac{v^2}{r}$. Проектируя уравнение (1) на направление $F_{\text{упр}}$, получаем

$$m \frac{v^2}{r} \sin \alpha = F_{\text{упр}} - mg \cos \alpha,$$

откуда сразу найдем $F_{\text{упр}} = k(l - l_0)$:

$$k(l - l_0) = m \left(\frac{v^2}{r} \sin \alpha + g \cos \alpha \right).$$

Отсюда с учетом того, что $l = r \sin \alpha$, находим

$$l_0 = \frac{r}{\sin \alpha} - \frac{m}{k} \left(\frac{v^2}{r} \sin \alpha + g \cos \alpha \right) = 22 \text{ см.}$$

Задачу можно решить, проектируя уравнение (1) на вертикальное и горизонтальное направления, однако это решение получается более громоздким.

34. Рассмотрим движение автомобиля в системе отсчета, перемещающейся с орбитальной скоростью Земли. Угловая скорость вращения Земли вокруг своей оси в этой системе отсчета

$$\omega \approx 2\pi/T, \quad (1)$$

где T — длительность земных суток.

В той же системе координат автомобиль движется со скоростью

$$v_1 = v + \omega R$$

с запада на восток и со скоростью

$$v_2 = v - \omega R$$

с востока на запад (R — радиус Земли).

При движении автомобиля на него действуют сила тяготения

$$F = \gamma m M / R^2$$

и сила реакции со стороны шоссе, которую в первом случае обозначим N_1 , а во втором N_2 .

Напишем уравнения движения автомобиля для обоих случаев:

$$m \frac{(v + \omega R)^2}{R} = \gamma m M/R^2 - N_1; \quad (2)$$

$$m \frac{(v - \omega R)^2}{R} = \gamma m M/R^2 - N_2. \quad (3)$$

Вычитая из равенства (3) равенство (2) и учитывая соотношение (1), находим

$$N_1 - N_2 = 2 m v \omega = 4 \pi m v / T = 29 \text{ Н.}$$

Согласно третьему закону Ньютона эта разность равна искомой разности сил давления автомобиля на дорогу в обоих случаях.

35. Из уравнения движения спутника на высоте h над поверхностью Земли

$$m \frac{v^2}{R + h} = \frac{\gamma_m M}{(R + h)^2}$$

найдем

$$v^2 = \gamma M / (R + h). \quad (1)$$

На географических полюсах Земли сила тяжести $m' g_0$, действующая на тело массой m' , и сила тяготения $\gamma m' M / R^2$ одинаковы: $\gamma m' M / R^2 = m' g_0$, поэтому

$$\gamma M = g_0 R^2.$$

Подставив $\gamma M = g_0 R^2$ в выражение (1),

$$R + h = g_0 R^2 / v^2. \quad (2)$$

Расстояние $h_{\text{мин}}$ между спутниками, равное разности высот их полета, находим из соотношения (2), записанного для $h = h_1$ и $h = h_2$:

$$h_{\text{мин}} = h_2 - h_1 = g_0 R^2 [(1/v_2^2) - (1/v_1^2)] = 176 \text{ км.}$$

В момент максимального сближения оба спутника находятся на общей вертикали к поверхности Земли. Если спутники обращаются вокруг Земли в одном направлении, то за время τ между двумя последующими сближениями спутник, движущийся с

большей скоростью v_1 на меньшей высоте h_1 , совершает на один оборот больше, чем спутник, движущийся с меньшей скоростью v_2 на большей высоте h_2 , т. е.

$$\frac{\tau}{T_1} - \frac{\tau}{T_2} = 1, \quad (3)$$

где T_1 и T_2 — периоды обращения спутников:

$$T_1 = 2\pi(R + h_1)/v_1 = 2\pi g_0 R^2/v_1^3; \quad T_2 = 2\pi g_0 R^2/v_2^3. \quad (4)$$

Из соотношений (3) и (4) находим

$$\tau = 2\pi g_0 R^2/(v_1^3 - v_2^3) = 40 \text{ ч.}$$

Если направления обращения спутников вокруг Земли противоположны, то интервал времени между их последующими сближениями

$$\tau' = 2\pi g_0 R^2/(v_1^3 + v_2^3) = 46 \text{ мин.}$$

36. Планеты движутся по круговым орбитам с общим центром O (рис. 70), являющимся центром масс двухпланетной системы.

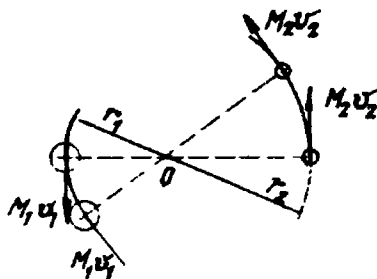


Рис. 70

Уравнения движения планет имеют вид:

$$M_1 \omega^2 r_1 = \gamma M_1 M_2 / R^2, \quad (1)$$

$$M_2 \omega^2 r_2 = \gamma M_1 M_2 / R^2, \quad (2)$$

где r_1 и r_2 — радиусы круговых орбит планет во вращении вокруг общего центра O .

Из уравнения (1) и (2) легко получить соотношение:

$$\omega^2 (r_1 + r_2) = \gamma (M_1 + M_2) / R^2,$$

из которого находим с учетом $r_1 + r_2 = R$ угловую скорость вращения планет

$$\omega = \sqrt{\gamma (M_1 + M_2) / R^3}.$$

Ускорение, например, первой планеты определим, пользуясь вторым законом Ньютона:

$$a_1 = \left(\gamma \frac{M_1 M_2}{R^2} \right) / M_1 = \gamma M_2 / R^2.$$

Аналогично для другой планеты

$$a_2 = \gamma M_1 / R^2.$$

37. Приращение импульса

$$\Delta \vec{p} = m \vec{v}_2 - m \vec{v}_1,$$

где $\vec{v}_1$ — скорость в начальной точке; $\vec{v}_2$ — скорость в конечной точке. Имеем очевидно (рис. 71)

$$\left. \begin{aligned} |\Delta \vec{p}| &= 2 m v_1 \sin \alpha = 10 \text{ кг} \cdot \text{м/с}, \\ |\Delta \vec{p}'| &= m v_1 \sin \alpha = 5 \text{ кг} \cdot \text{м/с}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $|\Delta \vec{p}|$ — модуль приращения импульса за все время полета; $|\Delta \vec{p}'|$ — модуль приращения импульса за половину времени полета.

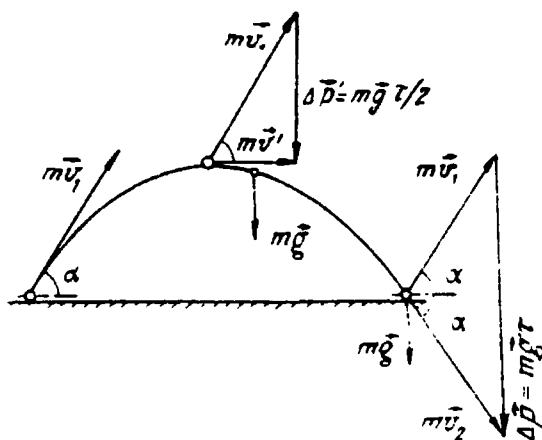


Рис. 71

Эти же результаты полезно получить иным путем. Приращение импульса тела за малый промежуток времени

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \Delta t, \quad (2)$$

где $\vec{F}$ — сила, действующая на тело. В данном случае $\vec{F} = m\vec{g}$ есть постоянная по модулю и направлению сила тяжести, поэтому равенство (2) справедливо для любого промежутка времени.

За время полета τ тела его импульс изменяется под действием силы тяжести $\vec{F} = m\vec{g}$ на величину $\Delta\vec{p} = m\vec{g}\tau$. Это время (см. решение задачи 9)

$$\tau = (2 v_1 \sin \alpha) / g,$$

и для приращения импульса снова получаем выражение (1).

Примечание. Напомним, что приращением Δu или $\Delta \vec{u}$ некоторой величины (скалярной или векторной), произошедшим за время $\Delta t = t_2 - t_1$, называется разность между ее значениями в конечный t_2 и начальный t_1 моменты времени $\Delta u = u_2 - u_1$ или $\Delta \vec{u} = \vec{u}_2 - \vec{u}_1$.

38. Приращение импульса мяча при ударе по абсолютной величине

$$|\Delta \vec{p}| = 2 m v_0 \sin \alpha.$$

С другой стороны (см. предыдущую задачу)

$$|\Delta \vec{p}| = F \tau.$$

Отсюда

$$F = (2 m v_0 \sin \alpha) / \tau = 100 \text{ Н}.$$

39. При ударе груза о санки их суммарный импульс не сохраняется — импульс груза $m\vec{u}$, направленный по вертикали вниз, гасится реакцией со стороны Земли. Выбрав в качестве положительного вертикальное направление, совпадающее со скоростью груза $\vec{u}$, приравниваем приращение $(-m\vec{u})$ суммарного импульса системы импульсу всех внешних сил $[(M + m)\vec{g} + \vec{N}]\tau$, действующих во время удара на систему груз — санки. Здесь $\vec{N}$ — реакция со стороны Земли, действующая непосредственно на санки. В проекции на вертикальное направление имеем:

$$-m u = (M + m) g \tau - N \tau. \quad (1)$$

Согласно третьему закону Ньютона $\vec{N}' = -\vec{N}$, где $\vec{N}'$ — сила давления санок на поверхность Земли при ударе, или

$$N' = N. \quad (2)$$

В горизонтальном направлении на систему груз — санки внешние силы не действуют, поэтому горизонтальная составляющая импульса системы сохраняется

$$M v_0 = (M + m) v. \quad (3)$$

Из системы уравнений (1) — (3) находим:

$$v = v_0 M / (M + m),$$

$$N' = (M + m)g + mu/\tau.$$

При малых временах удара слагаемое mu/τ в последнем выражении может значительно превышать ту часть силы давления N' , которая обусловлена силой тяжести $(M + m)g$.

40. Аналогично задаче 39 имеем

$$N = (M + m)g + \frac{mu}{\tau}.$$

Если длительность удара τ невелика, то

$$N \approx \frac{mu}{\tau}. \quad (1)$$

Приращение горизонтального импульса системы груз — санки равно импульсу силы трения скольжения $F_{\text{тр}}\tau$. Если санки при ударе останавливаются, то

$$-M\vec{v}_0 = \vec{F}_{\text{тр}}\tau$$

или

$$Mv = kN\tau. \quad (2)$$

Из равенств (1) и (2) находим

$$k = \frac{v_0}{u} \frac{M}{m}.$$

При значениях коэффициента трения, меньших найденного, санки с грузом остановятся не сразу, а через некоторое время после удара.

§ 3

41. При таком перемещении сила трения по модулю все время равна F и направлена противоположно скорости тела. Работа

$$A = F_{\text{тр}}s \cos \alpha = F_{\text{тр}}2\pi R(-1) = -2\pi RF.$$

42. Ускорения обоих грузов одинаковы по величине ($a_1 = a_2 = a$), как и силы T_1 и T_2 , действующие на них со стороны обоих концов нити, натянутой с силой T . Из уравнений движения грузов (рис. 72):

$$m_1 a = m_1 g - T,$$

$$m_2 a = T - m_2 g,$$

находим ускорение грузов и силу, с которой натянута нить:

$$a = g(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2);$$

$$T = 2m_1 m_2 g/(m_1 + m_2).$$

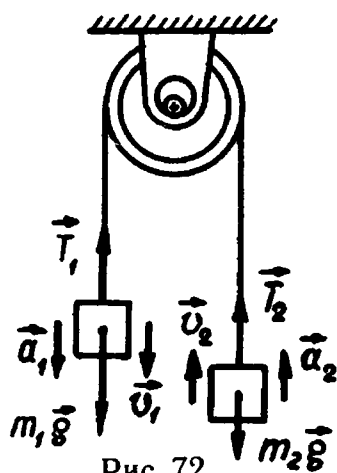


Рис. 72

Через время τ оба груза приобретают скорость

$$v = a\tau = g\tau(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2).$$

Мгновенная мощность силы $\vec{T}_1$ в момент τ

$$N(\tau) = T v \cos 180^\circ = -2m_1 m_2 g^2 \tau(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)^2 < 0.$$

43. На тело действуют (рис. 73): сила тяжести $m\vec{g}$, нормальная реакция $\vec{N}$, сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, причем $F_{\text{тр}} = kN$. Уравнение второго закона Ньютона в проекции на направление к центру горки:

$$ma_{\text{uc}} = mg - N.$$

Отсюда

$$N = m(g - a_{\text{uc}}) = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right),$$

и мощность силы трения

$$P = F_{\text{тр}} v \cos 180^\circ = -k m v \left(g - \frac{v^2}{R}\right) = -144 \text{ Вт}.$$

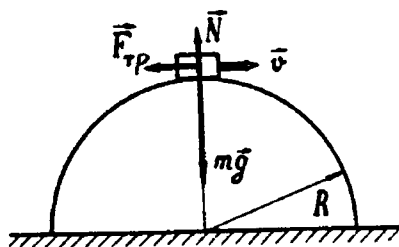


Рис. 73

44. Работа

$$A = -F l$$

средней силы F сопротивления грунта равна приращению полной энергии камня

$$\Delta E = E_2 - E_1 = -\frac{mv^2}{2} - mg(h + l) < 0.$$

Приравнявая написанные выражения, находим

$$F = mg(1 + h/l + v^2/2gl) = 210 \text{ Н.}$$

45. Составив уравнения движения шайбы, найдем силу реакции со стороны плоскости N и силу трения при движении вверх

$$N = mg \cos \alpha;$$

$$F_{\text{тр}} = k N = k mg \cos \alpha.$$

При движении вверх сила трения совершает работу, равную приращению полной энергии шайбы:

$$A_{\text{тр}} = \Delta E;$$

$$-F_{\text{тр}} s = mgh - \frac{mv^2}{2}.$$

Учитывая, что $h = s \sin \alpha$, найдем

$$mgs \sin \alpha - \frac{mv^2}{2} = -k mgs \cos \alpha,$$

откуда

$$k = v^2/(2gs \cos \alpha) - \tan \alpha = 0,36.$$

Тело соскользнет вниз, если

$$k < \tan \alpha$$

В нашем случае $\tan \alpha = \tan 30^\circ = 0,56$, и условие соскальзывания выполняется.

46. При движении шайбы по столу сила трения совершит работу

$$A_{\text{тр}} = -F_{\text{тр}} s = -k mgs \cos \alpha,$$

где s — длина наклонной плоскости стола; α — угол наклона этой плоскости к горизонту. Очевидно, $s \cos \alpha = l$. Приращение механической энергии шайбы

$$\Delta E = A_{\text{тр}}$$

или

$$\frac{m v^2}{2} - m g H = -k m g l.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{2 g (H - k l)} = 4 \text{ м/с}.$$

47. Графики приведены на рис. 74. Полная энергия сохраняется и равна $m v_0^2/2$. Потенциальная энергия пропорциональна высоте тела над поверхностью Земли, поэтому соответствующий график похож на график зависимости высоты от времени (см. задачу 9). Как и в задаче 9, t_1 — время подъема, t_2 — время полета тела. Вычитая из полной энергии потенциальную, получаем график для кинетической энергии.

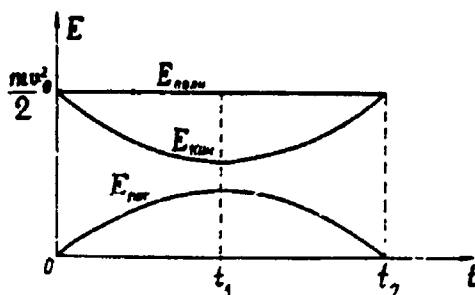


Рис. 74

48. В крайнем положении (рис. 75, а) ускорение шарика направлено перпендикулярно нити (см. решение задачи 28), и уравнение второго закона Ньютона в проекциях на направление нити и на перпендикулярное к ней направление дает:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= T - m g \cos \alpha; \\ m a &= m g \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

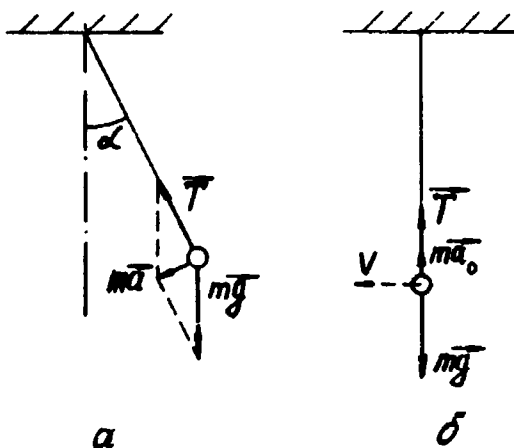


Рис. 75

При прохождении положения равновесия (рис. 75, б) шарик движется с центростремительным ускорением

$$a_0 = \frac{v^2}{l}. \quad (2)$$

Скорость находим из закона сохранения энергии

$$\frac{m v^2}{2} = m g l (1 - \cos \alpha). \quad (3)$$

Из (2) и (3) находим

$$\cos \alpha = 1 - \frac{a_0}{2g} = 0,5; \quad \alpha = 60^\circ,$$

и затем из уравнения (1) находим

$$a = g \sin \alpha = 8,7 \text{ м/с}^2.$$

49. Уравнение движения шарика имеет вид:

$$m \vec{a} = m \vec{g} + \vec{T}, \quad (1)$$

где $\vec{T}$ — сила, действующая на шарик со стороны нити (рис. 76). Спроектируем уравнение (1) на ось x , направленную в данный момент времени вдоль нити (рис. 76). Подчеркнем (см. решение задачи 28), что направление и модуль ускорения шарика $\vec{a}$ в произвольной точке заранее не очевидны. Однако проекция $\vec{a}$ на ось x , перпендикулярную движению, есть нормальная составляющая ускорения, которая равна $a_n = v^2/l$.

Итак, имеем

$$m v^2/l = -m g \cos \alpha + T. \quad (2)$$

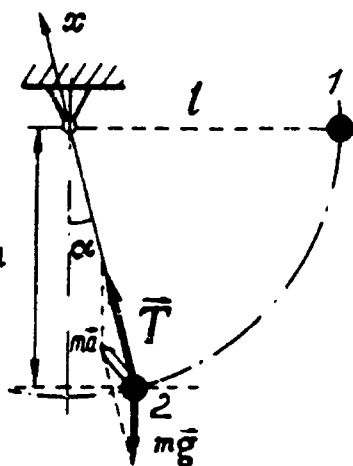
Запишем условие сохранения энергии при переходе шарика из положения 1 (потенциальная энергия mgh) в положение 2 (кинетическая энергия $m v^2/2$):

$$m g h = \frac{m v^2}{2}$$

или

$$m g l \cos \alpha = \frac{m v^2}{2}.$$

Рис. 76



Отсюда уравнение (2) переписывается в виде:

$$3 mg \cos \alpha = T.$$

Таким образом, из условия $T \leq T_{\text{макс}}$ получаем

$$\cos \alpha \leq T_{\text{макс}}/3 mg = 0,5;$$

$$\alpha \geq \arccos(T_{\text{макс}}/3 mg) = 60^\circ.$$

50. Уравнения второго закона Ньютона для моментов времени, когда тело находится в точках A и B (см. рис. 14):

$$m v_1^2/R = N_1 - mg; \quad (1)$$

$$m v_2^2/R = N_2 + mg, \quad (2)$$

где N_1 и N_2 — силы нормальной реакции цилиндрической поверхности, с которыми она действует на тело. Кинетические энергии тела в точках A и B :

$$E_{\text{к1}} = \frac{m v_1^2}{2} = 3 mg R;$$

$$E_{\text{к2}} = \frac{m v_2^2}{2} = 3 mg R - 2 mg R = mg R.$$

Отсюда находим квадраты скоростей:

$$v_1^2 = 6 g R; \quad v_2^2 = 2 g R.$$

Подставляя эти выражения в уравнения (1) и (2), получаем:

$$N_1 = mg(v_1^2/gR + 1) = 7 mg;$$

$$N_2 = mg(v_2^2/gR - 1) = mg.$$

По третьему закону Ньютона

$$F_A = N_1 = 7 mg = 6,8 \text{ Н};$$

$$F_B = N_2 = mg = 0,98 \text{ Н}.$$

51. При прохождении верхней точки петли на тело действуют сила тяжести mg и, возможно, реакция желоба N , направленная вниз. Из уравнения движения бруска

$$m \frac{v^2}{R} = mg + N,$$

записанного на основании второго закона Ньютона, определим скорость

при которой брусок едва не отрывается от желоба в верхней точке петли (в этом случае $N=0$).

Во время скольжения бруска силы трения совершают над ним работу $A_{\text{тр}} < 0$, сопровождаемую уменьшением его полной механической энергии. $A_{\text{тр}}$ определим из уравнения для энергии бруска:

$$\left[mg(2R) + \frac{mv_0^2}{2} \right] - mgH = A_{\text{тр}}.$$

Подставив сюда $v_0^2 = gR$, найдем

$$A_{\text{тр}} = mgR \left(\frac{5}{2} - \frac{H}{R} \right) = -3,4 \text{ Дж.}$$

52. В сжатой вдвое пружинке запасена потенциальная энергия $E_{\text{п}} = \frac{k}{2} \left(l_0 - \frac{l_0}{2} \right)^2 = k l_0^2 / 8$, которая после пережигания нити переходит в кинетическую энергию брусков в результате совершения над ними работы разжимающейся пружинкой. Когда пружинка примет длину l_0 , бруски разгоняются до максимальных скоростей v_1 и v_2 , причем

$$k l_0^2 / 8 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}, \quad (1)$$

так как силы, действующие на бруски со стороны поверхности, перпендикулярны к направлению их движения, а трение отсутствует. Ввиду отсутствия трения сохраняется и суммарный импульс обоих брусков, вначале неподвижных:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = 0$$

или

$$m_1 v_1 = m_2 v_2. \quad (2)$$

Решая уравнения (1) и (2) совместно, находим

$$v_1 = (l_0/2) \sqrt{k/(m_1(1 + m_1/m_2))} = 1,4 \text{ м/с};$$

$$v_2 = (l_0/2) \sqrt{k/(m_2(1 + m_2/m_1))} = 0,35 \text{ м/с.}$$

53. Приращение энергии, запасенной в пружине, и кинетической энергии тела равно работе сил трения:

$$\frac{k h^2}{2} + \left(\frac{m v^2}{2} - \frac{m v_0^2}{2} \right) = A_{\text{тр}} = -k_1 m g h.$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2k_1 g h - k h^2/m} = 2,1 \text{ м/с.}$$

54. Скорость бруска увеличивается, пока он свободно падает и в течение некоторого времени после того, как пружина соприкоснется с полом. Сила упругости $\vec{F}(t)$, действующая на брусок со стороны сжимающейся пружины и направленная вверх, в продолжение этого времени по модулю возрастает, не превосходя, однако, силы тяжести: $mg > F(t)$ (рис. 77, а). Поэтому ускорение бруска $\vec{a}(t)$, уменьшаясь по модулю, в течение этого времени направлено вертикально вниз (рис. 77, а, $t < t_1$).

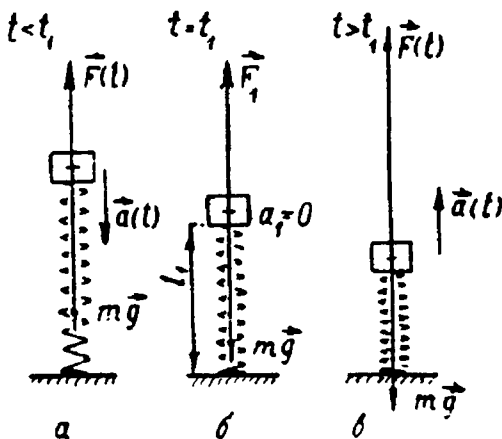


Рис. 77

Приближаясь к земле, брусок продолжает сдвигать пружину, и в момент t_1 , когда длина пружины становится равной l_1 (рис. 77, б), сила упругости по модулю сравнивается с силой тяжести. При дальнейшем движении бруска вниз сила упругости начинает превосходить силу тяжести: $F(t) > mg$ (рис. 77, в). В продолжение этого времени ускорение бруска $\vec{a}(t)$ направлено вверх (рис. 77, в, $t > t_1$) и по мере приближения бруска к полу увеличивается по модулю. Скорость бруска в течение этого времени уменьшается и обратится в нуль, когда пружина максимально сожмется.

Следовательно, в момент t_1 (рис. 77, б), когда ускорение бруска обращается в нуль ($a_1 = 0$), скорость бруска v_1 — максимальна, а сила тяжести $m\vec{g}$ компенсируется силой упругости $\vec{F}_1$, причем $F_1 = k(l_0 - l_1)$:

$$mg = k(l_0 - l_1),$$

откуда

$$l_0 - l_1 = mg/k \quad (1)$$

и

$$l_1 = l_0 - (mg/k). \quad (2)$$

Из условия задачи видно, что механическая энергия системы тел «брусок — пружина» в процессе их движения сохраняется. В начальный момент (см. рис. 15) она равна лишь потенциальной энергии mgH бруска в поле тяжести, а в момент t_1 складывается из кинетической энергии бруска $mv_1^2/2$, потенциальной энергии его в поле тяжести и потенциальной энергии сжатой пружины: $k(l_0 - l_1)^2/2$ (в обоих случаях потенциальная энергия бруска, находящегося на уровне пола, положена равной нулю).

На основании закона сохранения энергии

$$mgH = mv_1^2/2 + mgl_1 + k(l_0 - l_1)^2/2. \quad (3)$$

Заменив в соотношении (3) l_1 и $(l_0 - l_1)$ согласно их выражениям (2) и (1), получим после несложных преобразований

$$mgH = mv_1^2/2 + mgl_0 - (mg)^2/2k,$$

откуда

$$v_1 = \sqrt{2g(H - l_0) + mg^2/k} = 2,5 \text{ м/с}.$$

55. На рис. 78 изображен брусок на пружинке в момент отрыва от горизонтальной поверхности и показаны силы, действующие на него в этот момент: сила $\vec{F}_0$, сила тяжести $m\vec{g}$ и сила упругости $\vec{F}$, $F = k(l - l_0)$, где l — длина растянутой пружинки, ось которой образует угол α с вертикалью (в момент отрыва брусок не давит на горизонтальную поверхность).

Уравнение движения бруска

$$m\vec{a} = \vec{F}_0 + \vec{F} + m\vec{g},$$

записанное для момента отрыва, спроектируем на вертикальную ось $O'y$ (см. рис. 78):

$$0 = F \cos \alpha - mg$$

или

$$k(l - l_0) \cos \alpha = mg. \quad (1)$$

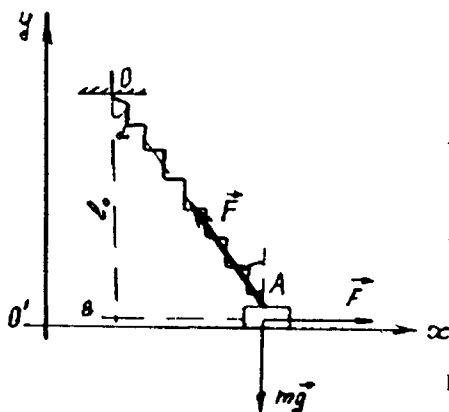


Рис. 78

Исключив l из равенства (1) с помощью соотношения $l = l_0 / \cos \alpha$ (см. прямоугольный треугольник AOB на рис. 78), получим равенство

$$k l_0 (1 - \cos \alpha) = mg,$$

из которого определим

$$\cos \alpha = 1 - \frac{mg}{k l_0} = 1/2; \quad \alpha = 60^\circ,$$

поскольку $k = 2 mg / l_0$.

Следовательно, в момент отрыва длина растянутой пружинки $l = l_0 / \cos \alpha = 2 l_0$, а путь, пройденный бруском к этому моменту

$$s = l \sin \alpha = 2 l_0 (\sqrt{3}/2) = l_0 \sqrt{3}.$$

За время скольжения бруска по горизонтальной поверхности произведенная силой $\vec{F}_0$ работа есть

$$A = F_0 S = mg l_0 \sqrt{3}, \quad (2)$$

а увеличение потенциальной энергии растянувшейся вдвое пружинки

$$\Delta F_{\text{пот}} = k (2 l_0 - l_0)^2 / 2 = \frac{mg}{l_0} \left(\frac{l_0^2}{2} \right) = mg l_0 / 2. \quad (3)$$

За это же время кинетическая энергия бруска возрастает на

$$\Delta E_{\text{кин}} = \frac{m v^2}{2}, \quad (4)$$

поскольку вначале брусок был неподвижен (v — скорость бруска в момент отрыва).

Так как брусок скользит по гладкой поверхности, то на основании закона сохранения энергии

$$A = \Delta E = \Delta E_{\text{пот}} + \Delta E_{\text{кин}}. \quad (5)$$

Подставив в соотношение (5) окончательные выражения $A, \Delta E_{\text{пот}}$ из равенств (2), (3) и $\Delta E_{\text{кин}}$ согласно выражению (4), получим

$$mg l_0 \sqrt{3} = mg l_0 + m v^2 / 2,$$

откуда найдем скорость бруска

$$v = \sqrt{2 g l_0 (\sqrt{3} - 1)} = 2,7 \text{ м/с.}$$

56. Обозначим импульс тела A до и после удара $\vec{p}_A$ и $\vec{p}'_A$, импульс тела B после удара — $\vec{p}'_B$.

Запишем условие сохранения полного импульса системы при ударе

$$\vec{p}_A = \vec{p}'_A + \vec{p}'_B.$$

Отсюда

$$\vec{p}'_B = \vec{p}_A - \vec{p}'_A.$$

На рис. 79 показано графическое построение вектора $\vec{p}'_B$. Величина $\vec{p}'_A$ вдвое меньше p_A , поэтому угол α , определяющий направление движения тела B , находится из условия:

$$\operatorname{tg} \alpha = p'_A / p_A = 0,5; \quad \alpha = 23^\circ.$$

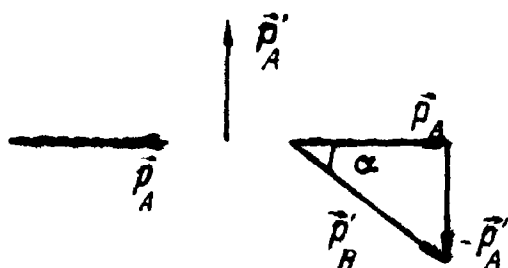


Рис. 79

При решении использовался только закон сохранения импульса и совершенно не рассматривалась энергия тел. Поэтому результат не зависит от того, сохраняется ли при ударе кинетическая энергия или нет, т. е. будет ли удар упругим или неупругим.

57. Горизонтальная составляющая импульса системы «пушка — снаряд» сохраняется:

$$(M + m) u = m v \cos \alpha_0. \quad (1)$$

Дальность полета снаряда

$$l = (v \cos \alpha_0) \tau. \quad (2)$$

Из уравнений (1), (2) находим:

$$u = m l / (M + m) \tau.$$

Из известного выражения для времени τ полета тела, брошенного под углом α_0 к горизонту (см. решение задачи 9),

$$\tau = (2v \sin \alpha_0)/g \quad (3)$$

и соотношения (2) определяем угол α_0 :

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = g\tau^2/2l = 1,2; \alpha_0 = 51^\circ.$$

Ствол пушки наклонен к горизонту под таким же углом, так как в момент вылета снаряда из ствола пушка остановилась: $\alpha = \alpha_0$. Для нахождения v разложим скорость вылета снаряда $\vec{v}$ на горизонтальную $\vec{v}_r$ и вертикальную $\vec{v}_s$ составляющие, равные по модулю $v_r = v \cos \alpha_0$ и $v_s = v \sin \alpha_0$ соответственно.

Из соотношений (2) и (3) имеем $v \cos \alpha_0 = l/\tau$ и $v \sin \alpha_0 = \frac{g\tau}{2}$. Используя теорему Пифагора, находим:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_r^2 + v_s^2} = \sqrt{(v \cos \alpha_0)^2 + (v \sin \alpha_0)^2} = \\ &= \sqrt{(l/\tau)^2 + (g\tau/2)^2} = 6,3 \text{ м/с.} \end{aligned}$$

Максимальная высота H подъема определяется из известного соотношения (см. решение задачи 9):

$$H = (v \sin \alpha_0)^2 / 2g = g\tau^2/8 = 1,2 \text{ м.}$$

58. Бросив камень со скоростью v_0 , космонавт приобретает скорость v_1 , определяемую из закона сохранения импульса и равную

$$v_1 = \frac{m_0}{m_1} v_0.$$

Эта скорость должна быть меньше первой космической скорости для данного астероида, равной $\sqrt{\gamma M/R}$ (см. решение задачи 35 формула (1)):

$$v_1 < \sqrt{\frac{\gamma M}{R}},$$

где M — масса астероида, равная

$$M = \rho \frac{4}{3} \pi R^3.$$

Из приведенных соотношений найдем

$$v_0 < 2 \frac{m_1}{m_0} \cdot R \sqrt{\frac{\pi}{3}} \gamma \varrho = 12 \text{ м/с.}$$

59. Закон сохранения импульса для системы «брусок плюс пуля»

$$m v_0 = m v_1 + M v_2, \quad (1)$$

где v_2 — скорость бруска; v_1 — скорость пули после вылета из бруска. По условию

$$\frac{m v_1^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m v_0^2}{2}. \quad (2)$$

Из соотношений (1) и (2) находим

$$v_2 = \frac{m}{M} \cdot v_0 (1 - 1/\sqrt{2}) = 0,18 \text{ м/с.}$$

60. Рассмотрим систему двух шариков в 4-х состояниях (рис. 80).

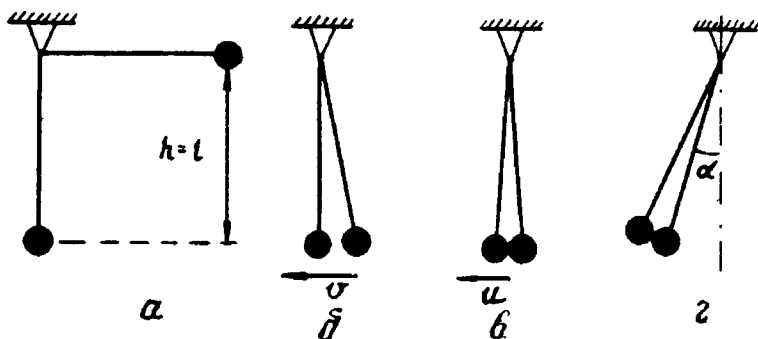


Рис. 80

1. Правый шарик отклонен от вертикали на 90° , а левый шарик находится в равновесии (начальное положение — рис. 80, а). Энергия системы есть потенциальная энергия правого шарика $mg l$ (l — длина нити; энергия отсчитывается от нижнего положения шариков).

2. Шарик непосредственно перед столкновением (рис. 80, б). Энергия системы в этом случае есть кинетическая энергия правого шарика $m v^2/2$ (где v — скорость правого шарика непосредственно перед ударом).

3. Шарик непосредственно после удара (рис. 80, в). Механическая энергия системы слипшихся шариков равна

$$2 \frac{m u^2}{2},$$

где u — общая скорость шариков. Часть механической энергии шариков за счет потери механической энергии при неупругом ударе перешла во внутреннюю энергию (шарики нагрелись).

4. Шарик в точке максимального отклонения влево после столкновения (рис. 80, z). Энергия системы равна $2 m g h$, где $h = l(1 - \cos \alpha)$ — высота, на которую поднимаются оба слипшихся шарика; α — угол отклонения.

Механическая энергия системы двух шариков сохраняется между состояниями 1 и 2, а также между 3 и 4, т. е.

$$m g l = m v^2 / 2;$$

$$\frac{2 m u^2}{2} = 2 m g l (1 - \cos \alpha). \quad (1)$$

Импульс системы сохраняется в процессе столкновения, т. е. между состояниями 2 и 3 (рис. 80, b и v)

$$m v = 2 m u. \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1, 2), получаем

$$\cos \alpha = 3/4; \quad \alpha = 42^\circ.$$

61. Определим скорость тела v_1 непосредственно после падения в него пули. Горизонтальная составляющая импульса системы при ударе сохраняется, поэтому

$$m v \cos \alpha = (M + m) v_1.$$

Отсюда

$$v_1 = \frac{m v \cos \alpha}{M + m}. \quad (1)$$

После удара кинетическая энергия тела с застрявшей пулей переходит в потенциальную энергию сжатой пружины

$$\frac{(M + m)}{2} v_1^2 = \frac{k a^2}{2}. \quad (2)$$

Исключая из уравнений (1) и (2) скорость тела v_1 , получаем уравнение для определения скорости пули

$$\frac{(m v \cos \alpha)^2}{2 (m + M)} = \frac{k a^2}{2},$$

откуда

$$v = [a \sqrt{k (M + m)}] / m \cos \alpha = 0,1 \text{ км/с.}$$

62. Механическая энергия системы сразу после застревания пули в теле складывается из кинетической энергии тела и пули (см. решение задачи 61):

$$E_k = \frac{(m v \cos \alpha)^2}{2(m + M)}$$

и потенциальной энергии растянутой пружины (см. рис. 18)

$$E_n = \frac{k}{2}(l - l_0)^2.$$

Итак,

$$E_1 = E_k + E_n = \frac{(m v \cos \alpha)^2}{2(M + m)} + \frac{k(l - l_0)^2}{2}. \quad (1)$$

При максимальном отклонении тела от положения равновесия энергия системы E_2 равна потенциальной энергии растянутой до длины $l_1 = \sqrt{l^2 + a^2}$ пружины (см. рис. 18):

$$E_2 = \frac{k}{2}(\sqrt{l^2 + a^2} - l_0)^2. \quad (2)$$

Внешние силы — реакция на тело со стороны стержня, перпендикулярная перемещению тела, и сила, действующая со стороны стенки на закрепленную в неподвижной точке пружину, — работы не совершают. Поэтому при движении груза вдоль стержня полная энергия сохраняется:

$$E_2 = E_1. \quad (3)$$

Подставляя в равенство (3) выражения (1) и (2), получаем уравнение, из которого найдем скорость пули:

$$v = \frac{1}{m \cos \alpha} \sqrt{k(M + m)(a^2 + 2ll_0 - 2l_0\sqrt{l^2 + a^2})} = 63 \text{ м/с}.$$

63. В момент наибольшего сжатия пружин вагоны движутся с одинаковой скоростью v , модуль которой определим из условия сохранения полного импульса системы (учитываем, что $m_2 v_2 > m_1 v_1$):

$$m_2 v_2 - m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v;$$

$$v = \frac{m_2 v_2 - m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Часть кинетической энергии вагонов перейдет в потенциальную энергию пружин, однако полная энергия сохраняется:

$$\frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} + 4 \frac{k x^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

Здесь x — деформация каждой из четырех работающих при столкновении пружин. Подставляя в это уравнение найденное значение v и разрешая его относительно x , найдем:

$$x = \frac{v_1 + v_2}{2} \sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}} = 0,3 \text{ м.}$$

Ускорение вагонов:

$$a_1 = \frac{2 k x}{m_1} = 0,9 \text{ м/с}^2;$$

$$a_2 = \frac{2 k x}{m_2} = 0,3 \text{ м/с}^2;$$

§ 4

64. Из условия равновесия стержня следует, что алгебраическая сумма моментов всех сил, приложенных к стержню, относительно любой точки равна нулю (рис. 81).

Чтобы исключить из рассмотрения реакцию опоры, составим уравнение моментов сил относительно оси, проходящей через точку A перпендикулярно плоскости чертежа:

$$T l \cos \alpha - \left(m g \frac{l}{2} + M g l \right) \sin \alpha = 0,$$

где l — длина стержня.

Отсюда натяжение проволоки

$$T = M g \left(1 + \frac{m}{2M} \right) \operatorname{tg} \alpha = 32 \text{ Н.}$$

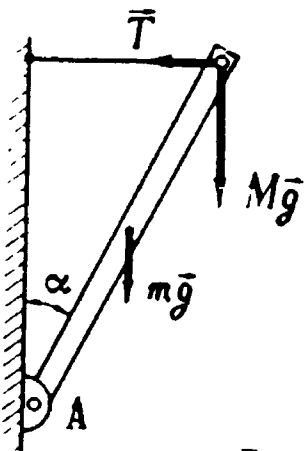


Рис. 81

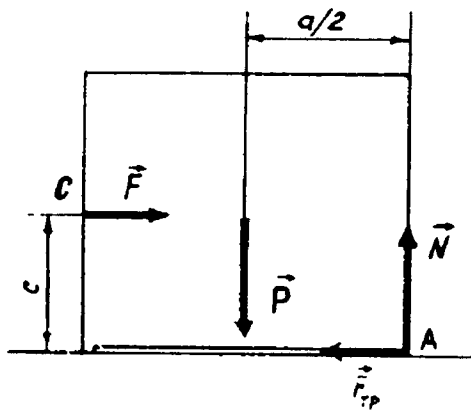


Рис. 82

65. На рис. 82 изображены силы, действующие на шкаф при его скольжении: $\vec{P}$ — сила тяжести, $\vec{F}$ — сила, с которой человек давит на шкаф, $\vec{F}_{\text{тр}}$ — сила трения и $\vec{N}$ — реакция опоры.

Ввиду специального выбора точки приложения силы $\vec{F}$ (точка C) шкаф давит на пол только передними ножками (если приложить усилие слегка выше точки C , шкаф начнет опрокидываться). В то же время шкаф начинает скользить, если силу $\vec{F}$ приложить в точке C . Поэтому

$$F_{\text{тр}} = k N.$$

Запишем условия равновесия шкафа: для горизонтального направления

$$F - k N = 0, \quad (1)$$

для вертикального направления

$$P - N = 0, \quad (2)$$

и равенство нулю алгебраической суммы моментов сил, действующих на шкаф, относительно горизонтальной оси, проходящей через точку A перпендикулярно плоскости чертежа:

$$c F - \frac{a}{2} P = 0. \quad (3)$$

Решая систему уравнений (1) — (3), находим коэффициент трения шкафа о пол

$$k = \frac{a}{2c}.$$

66. Обозначим плечи весов через x и y и вес гирь при каждом взвешивании $P/2$. Тогда при первом взвешивании вес товара был (рис. 83, а)

$$P_1 = \frac{P}{2} \frac{x}{y},$$

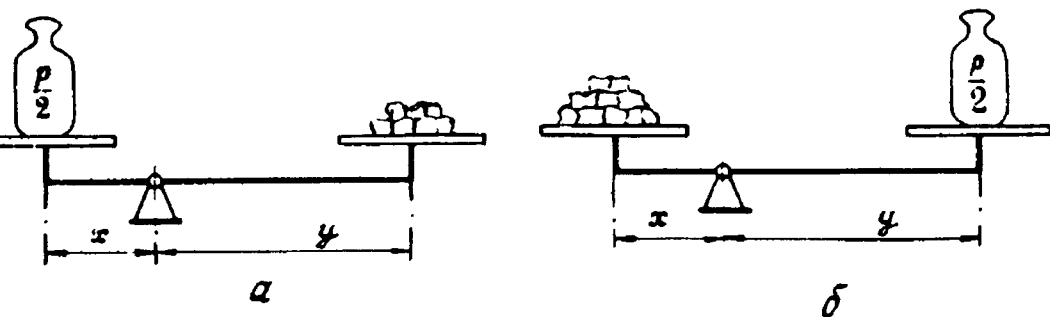


Рис. 83

а при втором (рис. 83, б)

$$P_2 = \frac{P}{2} \frac{y}{x}.$$

Вес купленного товара

$$P' = P_1 + P_2 = \frac{P}{2} \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right)$$

отличается от веса гирь P , по которым произведена оплата, на величину

$$P' - P = \frac{P}{2} \left(\frac{x}{y} - 2 + \frac{y}{x} \right) = \frac{P}{2} \left(\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} \right)^2 > 0.$$

Таким образом, $P' > P$. Покупатель оказывается в выигрыше.

67. Рассмотрим условия, при которых палочка будет отрываться от стола. При отрыве от стола палочка начинает вращаться относительно ребра стола (точка 0 на рис. 84, а). Условие вращения относительно точки 0:

$$M_{\text{тяж}} \leq M_{\text{нат}}, \quad (1)$$

где $M_{\text{тяж}} = M g \left(\frac{1}{2} - \eta \right) l$ — момент силы тяжести относительно точки 0 (сила тяжести приложена в центре палочки); $M_{\text{нат}} = T \eta l$ — момент силы натяжения нити $\vec{T}$ относительно точки 0.

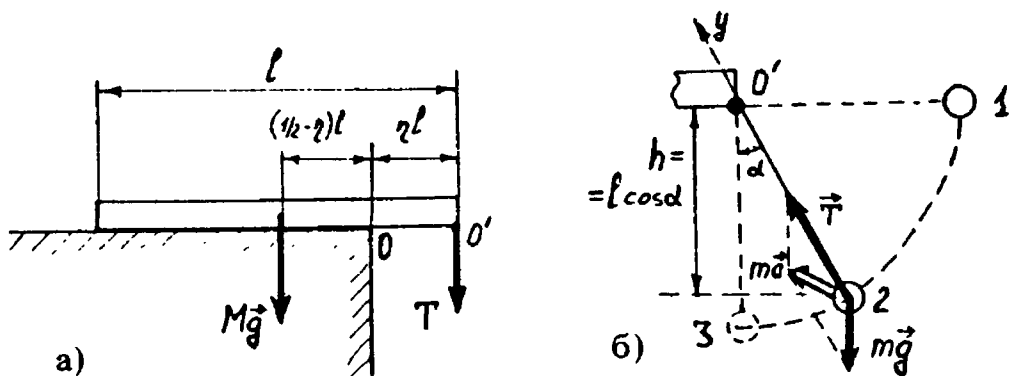


Рис. 84

Для вычисления силы натяжения нити запишем закон движения колеблющегося шарика

$$m \vec{a} = m \vec{g} + \vec{T}.$$

Проектируя это уравнение в произвольной точке 2 на ось $O'y$, направленную вдоль нити (рис. 84, б), и замечая, что проек-

ция ускорения шарика на эту ось, перпендикулярную скорости, есть нормальная составляющая ускорения $a_n = v^2/l$ (v — скорость шарика в этой точке, l — длина нити), получаем

$$m v^2/l = -mg \cos \alpha + T. \quad (2)$$

Скорость шарика можно определить из условия сохранения энергии между положениями в точке 1 ($mgh - mgl \cos \alpha$) и в точке 2 ($m v^2/2$)

$$\frac{m v^2}{2} = mgl \cos \alpha.$$

Отсюда и из (2) находим

$$T = 3mg \cos \alpha.$$

Таким образом, получили заранее очевидный результат: сила натяжения нити максимальна, когда шарик проходит положение равновесия (точка 3, $\alpha = 0$): $T_{\max} = 3mg$. Подставляя это значение в (1), можно получить условие отрыва палочки от стола

$$m \geq \frac{M}{3} \left(\frac{1}{2\eta} - 1 \right) = 0,05 \text{ кг.}$$

68. При заполнении маслом стакана пружинка перестанет укорачиваться, когда тело, подвешенное на ней, полностью погрузится в масло. Если пренебречь выталкивающим действием воздуха, то до заполнения маслом сила тяжести mg и сила упругости $k(l_1 - l_0)$, действующие на подвешенное к пружинке тело, компенсировались:

$$mg = k(l_1 - l_0), \quad (1)$$

где m — масса тела; l_0 — длина нерастянутой пружинки; l_1 — длина растянутой пружинки.

На тело, полностью погруженное в масло, действует еще архимедова сила $F_A = \rho g V$, направленная вертикально вверх, поэтому

$$mg = k(l_2 - l_0) + \rho g V, \quad (2)$$

где l_2 — длина укоротившейся пружины.

Из соотношений (1) и (2) найдем укорочение $h = l_1 - l_2$ пружинки, произошедшее после полного погружения тела в масло:

$$h = \rho g V/k,$$

откуда

$$\rho = h k / g V = 0,86 \text{ г/см}^3.$$

69. Условие равновесия палочки: $M_{\text{тяж}} = M_{\text{Арх}}$, где $M_{\text{тяж}} = mg l_1 = mg \frac{l}{2} \sin \alpha$ — момент силы тяжести относительно оси вращения палочки: $M_{\text{Арх}} = F_{\text{Арх}} b_2 = F_{\text{Арх}} \left(l - \frac{l_0}{2} \right) \sin \alpha$ — момент силы Архимеда $F_{\text{Арх}}$ относительно той же оси (рис. 85); m — масса палочки.

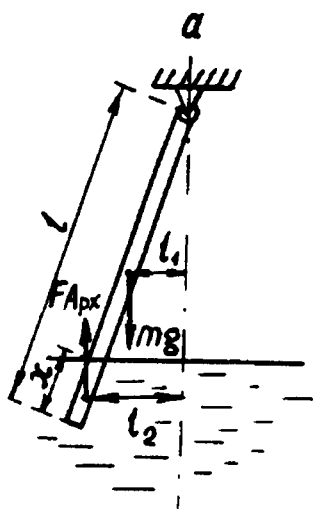


Рис. 85

Для нахождения силы Архимеда учтем соотношение между объемами и плотностями вытесненной жидкости и палочки

$$\frac{F_{\text{Арх}}}{mg} = \frac{\rho_0}{\rho} \frac{l_0}{l},$$

откуда

$$F_{\text{Арх}} = mg \frac{\rho_0 l_0}{\rho l}.$$

Условие равновесия теперь имеет вид:

$$mg \frac{l}{2} \sin \alpha = mg \frac{\rho_0 l_0}{\rho l} \left(l - \frac{l_0}{2} \right) \sin \alpha.$$

Решая полученное квадратное уравнение относительно l_0 , находим

$$l_0 = l \left(1 \pm \sqrt{1 - (\rho/\rho_0)} \right).$$

Решение со знаком «плюс» перед радикалом «нефизично», так как при этом $l_0 > l$, что невозможно. Таким образом,

$$l_0 = l \left(1 - \sqrt{1 - (\rho/\rho_0)} \right) = 5,2 \text{ см.}$$

§ 5

70. За время Δt поверхности стекла достигают и осаждаются на ней все атомы серебра, которые находятся в объеме пучка $S v \Delta t$, где S — площадь сечения пучка (рис. 86). Таких атомов $\Delta N = n(S v \Delta t)$, а масса их $\Delta m = m_1 \Delta N = m_1 n S v \Delta t$, где m_1 — масса атома серебра. С учетом соотношения $\mu = m_1 N_A$ (μ —

молярная масса, N_A — число Авогадро) получаем $\Delta m = (\mu n v S \Delta t)/N_A$. Каждую секунду на поверхности стекла осаждается масса серебра $(\Delta m)/(\Delta t)$, а за время τ — масса $m = \frac{\Delta m}{\Delta t} \tau$:

$$m = \mu n v \tau S / N_A. \quad (1)$$

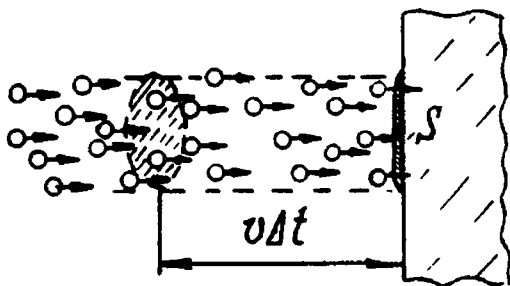


Рис. 86

С другой стороны, эта масса

$$m = \rho S d. \quad (2)$$

Из формул (1) и (2) находим

$$\tau = (\rho d N_A / \mu n v) = 5 \text{ мин.}$$

71. Из уравнения состояния для идеального газа находим

$$\rho = \frac{m}{V} = p_0 \mu / R T_0 = 1,3 \text{ кг/м}^3.$$

72. Масса гелия, вытекшего из баллона,

$$\Delta m = \mu V (p_1/T_1 - p_2/T_2) / R = 80 \text{ г,}$$

где R — газовая постоянная.

73. Рассмотрим случай, изображенный на рис. 24, а. Переведем газ изобарически из состояния 1 с давлением p_1 в состояние 3 с давлением p_3 (рис. 87), а из состояния 3 — изохорически в состояние 2. На участке 1—3 давление было постоянным, т.е. $p_3 = p_1$, а на участке 3—2 давление возрастало пропорционально температуре, т.е. $p_2 > p_3$. Таким образом, получаем $p_2 > p_1$. Из рис. 24, б аналогичным способом можно получить $V_1 < V_2$. Из рис. 24, в имеем $T_2 > T_1$, так как $p_2 V_2 > p_1 V_1$ (достаточно сравнить площади соответствующих прямоугольников).

74. Процесс, описанный в условии задачи, изображен в координатах (p, V) на рис. 88. Газом совершается положитель-

ная работа лишь при изобарическом расширении (участок 2—3):

$$A' = p_2(V_2 - V_1).$$

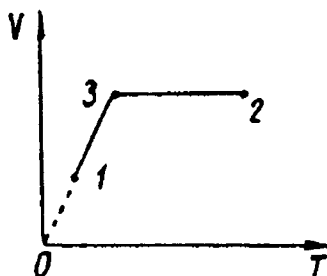


Рис. 87

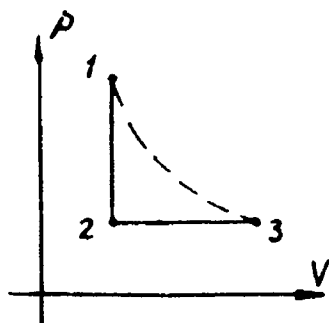


Рис. 88

Учитывая, что газ в начале и конце процесса (точки 1 и 3) находится при одинаковой температуре, имеем $p_1 V_1 = p_2 V_2$, т. е. $V_2/V_1 = p_1/p_2 = \eta$. Отсюда, используя уравнение состояния идеального газа $p_1 V_1 = (m/\mu) R T_1$, получаем:

$$A = p_1 V_1 \left(1 - \frac{1}{\eta}\right) = \frac{m}{\mu} R T_1 \frac{\eta - 1}{\eta} = 8,3 \cdot 10^5 \text{ Дж.}$$

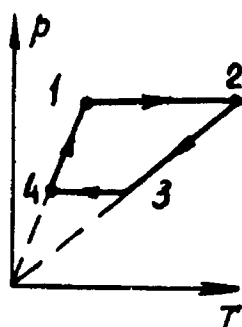


Рис. 89

75. Цикл 1—4 в координатах (p, T) показан на рис. 89. Знак работы определим по рис. 25. На участке 1—2 газ расширяется и совершает положительную работу A_{12} . На участке 3—4 газ сжимается и совершает отрицательную работу A_{34} , причем $|A_{34}| < A_{12}$, так как процесс 3—4 идет при меньшем давлении. На участках 2—3 и 4—1 работа не совершается. В итоге работа газа

$$A = A_{12} + A_{34} = |A_{12}| - |A_{34}| > 0.$$

76. Давление p_1 газа в пробирке в погруженном состоянии уравнивает давление слоя глицерина высотой $l/2$ и атмосферное давление p_0 : $p_1 = \rho g l/2 + p_0$.

Когда пробирка вынута, атмосферное давление уравнивает давление p_2 газа в пробирке и давление столба глицерина в пробирке высотой $l/2$:

$$p_0 = p_2 + \rho g l/2.$$

Подставляя найденные отсюда значения p_1 и p_2 в уравнение

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2},$$

находим

$$\Delta T = T_2 - T_1 = -T_1 \frac{q g l}{p_0 + q g l/2} = -11 \text{ K}.$$

77. На рис. 90, а, б изображены равновесные начальное и конечное положения поршня. Давление p_1 , производимое ртутью на верхнюю поверхность поршня (рис. 90, а), складывается из атмосферного p_0 , которое на основании закона Паскаля передается по объему ртути, и гидростатического $q g h$:

$$p_1 = p_0 + q g h. \quad (1)$$

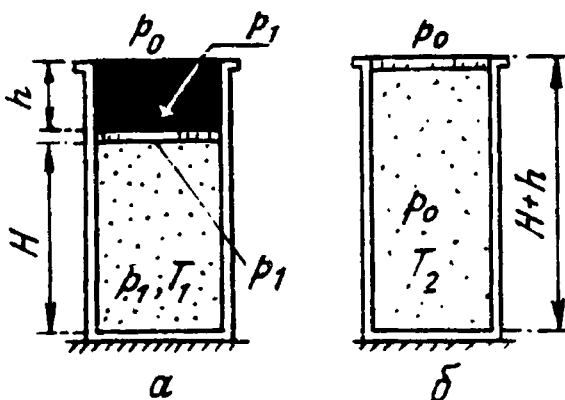


Рис. 90

Ввиду невесомости поршня и одинаковости площадей S его верхней и нижней поверхностей это давление уравнивается давлением в газе под поршнем. Из уравнения состояния идеального газа, когда налита ртуть,

$$p_1 = \frac{\nu R T_1}{S H}, \quad (2)$$

где ν — число молей газа в объеме $S H$ под поршнем; R — газовая постоянная.

Приравняв выражения в правых частях равенств (1) и (2), получим

$$\frac{\nu R T_1}{S H} = p_0 + q g h. \quad (3)$$

Аналогичным образом запишем соотношение

$$\frac{\nu R T_2}{S(H+h)} = p_0, \quad (4)$$

отвечающее верхнему положению поршня (рис. 90, б), когда ртуть полностью вытеснена из сосуда и атмосферное давление p_0 над поршнем уравнивается давлением в газе, находящемся в объеме $S(H+h)$ при более высокой температуре T_2 .

Поделив равенство (3) на (4), получим

$$\frac{T_1(H+h)}{T_2 H} = \frac{p_0 + \rho g h}{p_0},$$

откуда конечная температура

$$T_2 = T_1 \frac{H+h}{H} \cdot \frac{p_0}{p_0 + \rho g h} = 330 \text{ К.}$$

78. На поршень в начальном положении действуют: сила тяжести mg , сила атмосферного давления $p_0 S$, сила давления со стороны газа в цилиндре $p_1 S$ и сила упругости пружины $k l_0/2$. Из условия равновесия поршня

$$mg + p_0 S - p_1 S - k l_0/2 = 0$$

найдем начальное давление p_1 газа под поршнем

$$p_1 = p_0 + (mg - k l_0/2)/S.$$

Потенциальная энергия пружины и потенциальная энергия поршня в поле сил тяжести изменяются за счет работы A , совершаемой газом в цилиндре, и работы $A_{\text{атм}} = -p_0 S \frac{l_0}{2}$ сил атмосферного давления: $\Delta E = A + A_{\text{атм}}$ или

$$\left(0 - \frac{k(l_0/2)^2}{2}\right) + mg \frac{l_0}{2} = A - p_0 S \frac{l_0}{2}.$$

Отсюда

$$A = (l_0/2)(mg + p_0 S - k l_0/4) = 0,1 \text{ кДж.}$$

79. К моменту вылета поршня из цилиндра приращение полной энергии поршня и груза составит

$$\Delta E = (M + m) \frac{v^2}{2} + mg \frac{H}{2} - M g \frac{H}{2}$$

и будет обусловлено работой газа A и работой силы атмосферного давления $(-p_0 S H/2)$. В результате получаем уравнение:

$$\frac{(M+m)v^2}{2} + \frac{(m-M)gH}{2} = A - p_0 S \frac{H}{2},$$

из которого находим

$$A = \frac{1}{2} [(m+M)v^2 - (M-m)gH + p_0 SH] = 480 \text{ Дж.}$$

80. На рис. 91 показаны силы, действующие на поршень в нижнем положении (рис. 91, а) и в верхнем (рис. 91, б), когда его отпускают. N — реакция со стороны гладких стенок цилиндра.

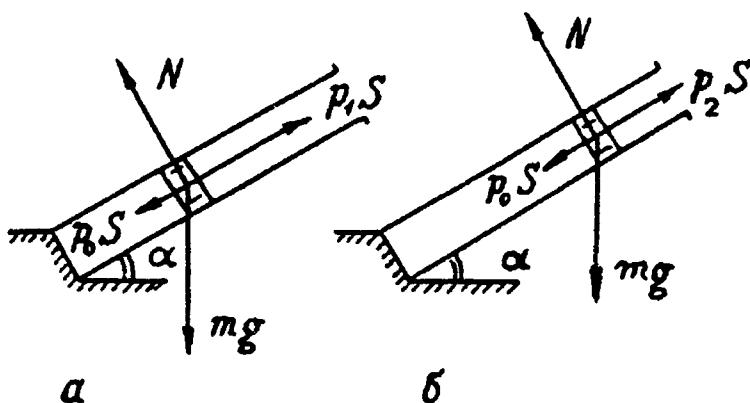


Рис. 91

Запишем условие равновесия поршня внизу (рис. 91, а)

$$p_1 S - p_0 S = mg \sin \alpha \quad (1)$$

и уравнение движения поршня в верхнем положении, когда его отпускают (рис. 91, б),

$$ma = p_0 S + mg \sin \alpha - p_2 S. \quad (2)$$

В соотношениях (1) и (2) p_1 и p_2 — давления воздуха под поршнем в двух положениях (см. рис. 91), a — ускорение поршня.

Из уравнения Бойля — Мариотта для массы воздуха под поршнем в двух его положениях находим

$$p_1 = 2 p_2. \quad (3)$$

Из системы уравнений (1) — (3) определяем ускорение поршня

$$a = (g/2)(\sin \alpha + p_0 S/mg) = 52 \text{ м/с}^2.$$

81. Труба и поршень соскальзывают с наклонной плоскости с одинаковым ускорением

$$a = g(\sin \alpha - k \cos \alpha). \quad (1)$$

На основании второго закона Ньютона запишем уравнение движения поршня (силы, действующие на поршень при соскальзывании трубы, указаны на рис. 92: N — реакция со стороны внутренних стенок трубы, p_1 и p_2 — давления воздуха по обе стороны от поршня):

$$m a = m g \sin \alpha - (p_1 - p_2) S. \quad (2)$$

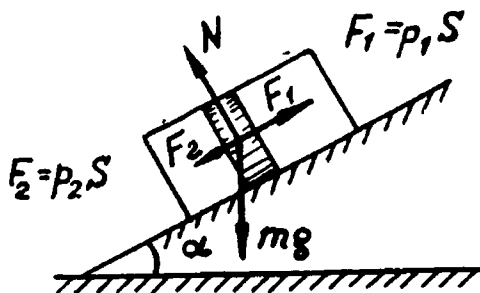


Рис. 92

Исключив из равенств (1) и (2) ускорение a , получим соотношение

$$(p_1 - p_2) S = k m g \cos \alpha. \quad (3)$$

На основании закона Бойля — Мариотта для воздуха по обеим сторонам поршня:

$$p_1 V_1 = p V; \quad (4)$$

$$p_2 V_2 = p V, \quad (5)$$

где V — объем воздуха с каждой стороны поршня в горизонтально лежащей трубе, V_1 и V_2 — в движущейся трубе (см. рис. 31).

Из соотношений (3) — (5), образующих вместе с равенством

$$V_1 + V_2 = 2V$$

систему уравнений, находим отношение объемов (V_2/V_1):

$$V_2/V_1 = [(k m g \cos \alpha)/p S] + \sqrt{[(k m g \cos \alpha)/p S]^2 + 1} = 1,2.$$

82. Запишем уравнение теплового баланса:

$$m c_A (T_1 - T) = M' c_b (T_k - T_0) + M' \lambda + (M - M') c_b (T - T_0),$$

где M' — масса воды, нагретой до температуры кипения $T_k = 373 \text{ К}$ и затем выкипевшей.

Решая уравнение теплового баланса, находим количество выкипевшей воды $M' = 95 \text{ г}$.

83. Количество теплоты $m' \lambda$, необходимое для испарения массы m' воды, может быть получено только от охлаждающейся до $T_k = 373 \text{ К}$ массы m перегретой воды. Из уравнения теплового баланса

$$m' \lambda = m c (T - T_k)$$

находим массу m' выкипевшей воды

$$m' = m c (T - T_k) / \lambda = 1,6 \text{ г}.$$

§ 6

84. Запишем уравнения второго закона Ньютона для начального положения каждого из тел в проекциях на направления, касательные к цилиндрической поверхности:

$$m_1 a_0 = T;$$

$$m_2 a_0 = m_2 g \sin \alpha - T,$$

где T — сила натяжения нити; угол α показан на рис. 32. Исключая T , находим

$$\sin \alpha = \frac{m_1 m_2}{m_2} \cdot \frac{a_0}{g} = 0,8; \quad \alpha = 53^\circ.$$

Для второго положения тел (рис. 32, б)

$$m_1 a = T - m_1 g \sin (\alpha/2);$$

$$m_2 a = m_2 g \sin (\alpha/2) - T,$$

откуда

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g \sin \frac{\alpha}{2} = 2,2 \text{ м/с}^2.$$

85. Запишем условие равновесия коромысла в момент отрыва тела A : $m_1 g l_1 = T l_2$. Сила натяжения нити T будет максимальной в тот момент, когда нить принимает вертикальное положение. Запишем для этого момента второй закон Ньютона и закон сохранения энергии:

$$T - m_2 g = m_2 a_{\text{ис}} = \frac{m_2 v^2}{l},$$

$$\frac{m_2 v^2}{2} = m_2 g l (1 - \cos \alpha),$$

где l — длина нити, на которой подвешено тело B . Из двух последних уравнений находим силу натяжения нити $T = m_2 g (3 - 2 \cos \alpha)$. Подставляя полученное значение силы натяжения в уравнение равновесия коромысла, найдем искомое значение угла:

$$\cos \alpha = \frac{1}{2} \left(3 - \frac{m_1 l_1}{m_2 l_2} \right) = \frac{1}{2}, \quad \alpha = 60^\circ.$$

86. Запишем условие равновесия стержня:

$$M g \left(\frac{l}{2} - \Delta l \right) = 2 T \left(\frac{l}{2} + \Delta l \right),$$

где T — сила натяжения нити, на которой подвешены грузы. Эту силу можно найти, используя второй закон Ньютона для грузов, подвешенных на нити

$$m_1 a = m_1 g - T;$$

$$- m_2 a = m_2 g - T.$$

Здесь a — ускорение грузов. Решая эту систему относительно силы T , находим

$$T = \frac{2 m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{2 m_1 m_2 g}{M}.$$

Подставляя этот результат в условие равновесия стержня и используя равенство $m_1 + m_2 = M$, получаем следующее уравнение для масс m_1 и m_2 :

$$m_{1,2}^2 - m_{1,2} M + \frac{M^2}{4} \frac{\frac{l}{2} - \Delta l}{\frac{l}{2} + \Delta l} = 0.$$

Решение этого уравнения дает

$$m_1 = \frac{M}{2} \left[1 + \sqrt{\frac{4 \Delta l}{(l + 2 \Delta l)}} \right] = 1,67 \text{ кг};$$

$$m_2 = \frac{M}{2} \left[1 - \sqrt{\frac{4 \Delta l}{(l + 2 \Delta l)}} \right] = 0,33 \text{ кг}.$$

87. Вначале тело покоится, а приложенная к пружине сила растягивает пружину, совершая при этом работу, равную приращению энергии пружины:

$$A_1 = \frac{\kappa x^2}{2} = \frac{\kappa}{2} \left(\frac{F}{\kappa} \right)^2 = \frac{F^2}{2\kappa}.$$

Когда сила F станет достаточной для трогания тела с места, пружина перестанет растягиваться, и точка приложения силы переместится параллельно полу на расстояние s , при этом сила F совершит работу

$$A_2 = F s \cos \alpha.$$

Значение силы, при которой груз будет медленно (т. е. практически без ускорения) перемещаться, получено в решении задачи 19:

$$F = \frac{mgk}{\cos \alpha + k \sin \alpha} = 45 \text{ Н}.$$

Полная работа силы F :

$$A = A_1 + A_2 = \frac{F^2}{2\kappa} + F s \cos \alpha = 19 \text{ Дж}.$$

88. Запишем уравнение второго закона Ньютона для шайбы в векторном виде:

$$m \vec{a} = m \vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}, \quad (1)$$

где $a = \omega^2 r$ — ускорение шайбы; N — сила реакции опоры; $F_{\text{тр}} = k N$ — сила трения.

Уравнение (1) в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси имеет вид:

$$\begin{aligned} m \omega^2 r &= N \cos \alpha + F_{\text{тр}} \sin \alpha, \\ 0 &= -mg + N \sin \alpha - F_{\text{тр}} \cos \alpha, \\ F_{\text{тр}} &= k N. \end{aligned} \quad (2)$$

Решая систему уравнений (2), находим:

$$\omega = \sqrt{\frac{g (\cos \alpha + k \sin \alpha)}{r (\sin \alpha - k \cos \alpha)}} = 11 \text{ с}^{-1}.$$

89. При движении вверх по наклонной плоскости шайба замедляется силой тяжести и силой трения.

При этом ускорение шайбы $a_1 = g (\sin \alpha + k \cos \alpha)$, а время движения вверх

$$t_1 = \frac{v_0}{a_1} = \frac{v_0}{g(\sin \alpha + k \cos \alpha)} = 1,6 \text{ с.}$$

Поскольку условия задачи требуют вычисления работы за время $t = 3,5 \text{ с}$ ($t > t_1$), необходимо рассмотреть также движение шайбы вниз по наклонной плоскости. В этом случае ускорение шайбы определяется формулой:

$$a_2 = g(\sin \alpha - k \cos \alpha).$$

За это время t шайба проходит путь:

$$\begin{aligned} s &= \frac{v_0^2}{2a_1} + \frac{a_2(t - t_1)^2}{2} = \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{v_0^2}{g(\sin \alpha + k \cos \alpha)} + g(\sin \alpha - k \cos \alpha)(t - t_1)^2 \right]. \end{aligned}$$

На этом пути сила трения $F_{\text{тр}} = kmg \cos \alpha$ совершает над шайбой работу

$$\begin{aligned} A_{\text{тр}} &= -F_{\text{тр}} s = -\frac{kmg \cos \alpha}{2} \left[\frac{v_0^2}{g(\sin \alpha + k \cos \alpha)} + \right. \\ &\quad \left. + g^2(\sin \alpha - k \cos \alpha)(t - t_1)^2 \right] = -7,2 \text{ Дж.} \end{aligned}$$

90. Скорость максимальна в момент, когда сила тяжести компенсируется силой упругости, т. е.

$$mg = kx; \quad x = mg/k,$$

где x — удлинение пружины. Искомая работа:

$$A_{\text{тяж}} = mgx = \frac{m^2 g^2}{k} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ Дж};$$

$$A_{\text{упр}} = -\frac{kx^2}{2} = -\frac{m^2 g^2}{2k} = -1,5 \cdot 10^{-2} \text{ Дж.}$$

91. Из уравнения второго закона Ньютона для бруска

$$ma = mg - kx - N,$$

где x — удлинение пружины; N — сила давления подставки на брусок, полагая $N = 0$ (условие отрыва), находим

$$x = m(g - a)/k = 5,5 \text{ см.}$$

Скорость бруска

$$v = \sqrt{2ax},$$

и мощность силы упругости

$$P = F_{\text{упр}} v \cos 180^\circ = -kxv = -k\sqrt{2ax^3} = -3,2 \text{ Вт.}$$

92. Из второго закона Ньютона в проекции на горизонтальное направление

$$ma = T \sin \alpha$$

находим

$$T = \frac{ma}{\sin \alpha}.$$

При отрыве нить будет составлять с вертикалью угол β , определяемый из условия равенства нулю силы N давления тела на пол. Из второго закона Ньютона в проекции на вертикальную ось:

$$0 = T \cos \beta + N - mg,$$

при $N = 0$ найдем

$$\cos \beta = mg/T = \frac{g}{a} \sin \alpha.$$

Горизонтальный участок нити переместится на расстояние Δl , равное уменьшению длины ее наклонного участка:

$$\Delta l = \frac{h}{\cos \alpha} - \frac{h}{\cos \beta},$$

и сила T совершит работу

$$A = T \Delta l = Th \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \frac{1}{\cos \beta} \right) = \frac{mah}{\sin \alpha} \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \frac{a}{g \sin \alpha} \right),$$

которая пойдет на приращение кинетической энергии груза. Из условия $A = mv^2/2$ найдем

$$v = \sqrt{\frac{2ah}{\sin \alpha} \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \frac{a}{g \sin \alpha} \right)} = 3 \text{ м/с.}$$

93. Из уравнения движения первого груза

$$m_1 \frac{v^2}{l/2} = m_1 g - N$$

и закона сохранения энергии

$$\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = (m_2 - m_1)g \frac{l}{2}$$

находим

$$N = m_1 g \frac{3m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = \frac{1}{3} m_1 g = 2 \text{ Н.}$$

94. Если v_0 — минимальная скорость, при которой шайба достигнет вершины горки, то в момент, когда это случится, шайба и горка будут двигаться с одной и той же скоростью u . Из закона сохранения импульса

$$m v_0 = (M + m) u$$

и энергии

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{(M + m) u^2}{2} + m g h$$

находим, исключая u :

$$v_0 = \sqrt{2 g h (1 + m/M)} = 3,5 \text{ м/с.}$$

95. Из закона сохранения импульса

$$0 = m v_x + M u_x$$

и энергии

$$m g (H - h) = \frac{m v_x^2}{2} + \frac{M u_x^2}{2}$$

находим скорость шайбы v_x и скорость горки u_x в проекции на горизонтальное направление

$$v_x = \sqrt{2 g (H - h) / (1 + \eta)};$$

$$u_x = - \eta v_x.$$

Скорость шайбы относительно горки в момент отрыва

$$v_{\text{отн}} = v_x - u_x = v_x (1 + \eta) = \sqrt{2 g (H - h) (1 + \eta)}.$$

Умножив эту скорость на время падения $t = \sqrt{2 h / g}$ шайбы с высоты h , находим расстояние от шайбы до горки:

$$s = v_{\text{отн}} t = 2 \sqrt{h (H - h) (1 + \eta)} = 1,6 \text{ м.}$$

96. Обозначим через v'_{1y} и v'_{2y} проекции скоростей пули и доски на вертикальную ось после вылета пули из доски и запишем закон сохранения импульса в проекции на эту ось, а также закон сохранения энергии для пули и доски:

$$m_1 v_1 \sin \alpha = m_1 v'_{1y} + m_2 v'_{2y},$$

$$\frac{m_1 (v'_{1y})^2}{2} = m_1 g H,$$

$$\frac{m_2 (v'_{2y})^2}{2} = m_2 g h.$$

Из первых двух уравнений найдем скорость $v'_{2y} = \frac{m_1}{m_2} \times \times (v_1 \sin \alpha - \sqrt{2 g H})$ и, подставив этот результат в третье уравнение, получим

$$h = \left(\frac{m_1}{m_2} \right)^2 \frac{(v_1 \sin \alpha - \sqrt{2 g H})^2}{2 g} = 0,11 \text{ м.}$$

97. Нормальная и тангенциальная составляющие ускорения a_n и a_τ определяются формулами:

$$a_n = \frac{v^2}{l}, \quad a_\tau = g \sin \alpha,$$

где v — скорость шарика, l — длина нити. Поскольку ускорение шарика направлено горизонтально, проекции векторов $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$ на вертикальную ось имеют одинаковую величину $a_n \cos \alpha = a_\tau \sin \alpha$ или $v^2 = g l \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$. Далее запишем закон сохранения энергии для шарика: $\frac{m v^2}{2} + m g l (1 - \cos \alpha) = m g l (1 - \cos \beta)$. Решая это уравнение относительно $\cos \beta$, получаем

$$\cos \beta = \cos \alpha - \frac{v^2}{2 g l} = \cos \alpha - \frac{\sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha} = 0,73, \quad \beta = 43^\circ.$$

98. Скорость шайбы на вершине трамплина v можно найти с помощью закона сохранения энергии:

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2} + m g h.$$

Высота трамплина и дальность полета шайбы связаны с временем полета t_n формулами $h = g t_n^2 / 2$, $s = v t_n$. Исключая из записанных выше равенств скорость шайбы v и время полета t_n , получаем зависимость дальности полета шайбы от высоты трамплина

$$s = \sqrt{\frac{2 h}{g} (v_0^2 - 2 g h)} = 2 \sqrt{\left(\frac{v_0^2}{4 g} \right)^2 - \left(h - \frac{v_0^2}{4 g} \right)^2}.$$

Очевидно, что дальность полета будет максимальной при условии

$$h = \frac{v_0^2}{4g} = 3,6 \text{ м},$$

причем сама максимальная дальность

$$s = \frac{v_0^2}{2g} = 7,2 \text{ м}.$$

99. В системе тело — доска сила трения оказывается внутренней, и выполняется закон сохранения импульса

$$m v_0 = (m + M) v,$$

где v — скорость тела и доски после того, как тело перестало скользить относительно доски. Изменение кинетической энергии тела обусловлено работой силы трения $F_{\text{тр}}^{(1)}$, действующей на тело со стороны доски:

$$\frac{m v^2}{2} - \frac{m v_0^2}{2} = - F_{\text{тр}}^{(1)} l_1 = - k m g l_1,$$

где l_1 — путь, пройденный телом относительно плоскости. С другой стороны, кинетическая энергия доски увеличивается за счет работы силы трения $F_{\text{тр}}^{(2)}$, действующей на доску со стороны тела:

$$\frac{M v^2}{2} = F_{\text{тр}}^{(2)} l_2 = k m g l_2,$$

где l_2 — путь, пройденный доской относительно плоскости. Складывая почленно два последних уравнения и учитывая, что $F_{\text{тр}}^{(1)} = F_{\text{тр}}^{(2)}$, получаем

$$\frac{(M + m) v^2}{2} - \frac{m v_0^2}{2} = - k m g (l_1 - l_2) = - k m g l.$$

Решая это уравнение совместно с уравнением, описывающим сохранение импульса, находим искомое значение пути:

$$l = \frac{v_0^2}{2 k g} \left(1 - \frac{m}{m + M} \right) = 0,68 \text{ м}.$$

100. Для того чтобы нижний конец доски оторвался от пола, необходимо, чтобы верхний конец доски с шайбой (рис. 93) «перевешивал» нижний конец. Для этого необходимо, чтобы момент силы тяжести mg относительно точки O превосходил момент силы тяжести Mg :

$$mg b \geq M g a, \quad (1)$$

где b и a — плечи соответствующих сил; $b = [h - (l - x)] \cos \alpha$; $a = (l/2 - h) \cos \alpha$; x — путь, который проходит шайба вдоль доски.

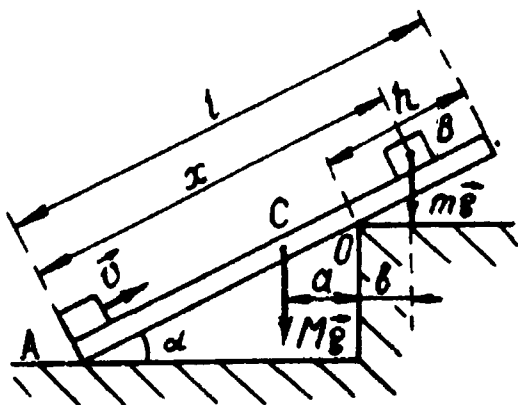


Рис. 93

Согласно закону сохранения энергии кинетическая энергия шайбы переходит в потенциальную энергию шайбы, поднявшейся на высоту $x \sin \alpha$:

$$m v^2 / 2 = m g x \sin \alpha. \quad (2)$$

Используя (1), из (2) получаем:

$$v = \sqrt{2 g [l - h + (M/m)(l/2 - h)] \sin \alpha} = 5,5 \text{ м/с}.$$

101. Уравнение второго закона Ньютона в проекции на горизонтальную ось имеет вид:

$$m a = 2 k x \cos \alpha. \quad (1)$$

где x — растяжение пружин в момент обрыва нити. Пусть v — максимальная скорость шарика. Запишем закон сохранения механической энергии для шарика:

$$\frac{m v^2}{2} = 2 \frac{k x^2}{2}. \quad (2)$$

Из (1) находим x и, подставляя в (2), получаем:

$$v = \sqrt{\frac{m}{2k} \frac{a}{\cos \alpha}} = 0,2 \text{ м/с}.$$

102. Давление p_1 и объем V_1 газа в начальном состоянии связаны с давлением p_3 и объемом V_3 в конечном состоянии уравнением Клапейрона — Менделеева:

$$p_1 V_1 = p_3 V_3 = R T_1.$$

Газ совершает работу только при переходе из промежуточного состояния 2 в конечное состояние

$$A = p_3 (V_3 - V) = p_3 V_3 \left(1 - \frac{V_1}{V_3}\right).$$

Используя уравнение состояния газа, последнее равенство можно переписать в виде:

$$A = p_3 V_3 \left(1 - \frac{p_3}{p_1}\right) = R T_1 \left(1 - \frac{1}{n}\right),$$

отсюда

$$T_1 = \frac{n A}{R(n-1)} = 300 \text{ K}.$$

103. Уравнение Менделеева — Клапейрона для газа до нагревания имеет вид:

$$p(S h) = \frac{m}{\mu} R T; \quad (1)$$

после нагревания —

$$p[S(h + \Delta h)] = \frac{m}{\mu} R(T + \Delta T), \quad (2)$$

где $T = t + 273$; $\Delta T = \Delta t$; Δh — величина перемещения поршня.

Вычитая из уравнения (2) уравнение (1), можно определить:

$$\Delta h = \frac{\Delta T}{T} h. \quad (3)$$

Работа газа при расширении

$$A = p \Delta V = p S \Delta h. \quad (4)$$

Давление газа p можно определить из условия равновесия поршня:

$$pS = p_0 S + mg. \quad (5)$$

Подставляя (3) и (5) в (4), получаем:

$$A = (p_0 S + mg) h \frac{\Delta t}{t + 273} = 79 \text{ Дж}.$$

104. При очень медленном перемещении поршней давление в газе остается неизменным и равным атмосферному p_0 , что видно из условия равновесия, записанного для системы поршней и стержня в любом их промежуточном положении:

$$p_0 S_2 + p S_1 = p S_2 + p_0 S_1,$$

откуда следует $p = p_0$.

Следовательно, процесс нагрева газа — изобарический. Работа, совершенная газом над воздухом атмосферы,

$$A = p_0 (S_2 - S_1) l. \quad (1)$$

Температуру T_2 газа в состоянии, изображенном на рис. 47, б, определим из условия протекания в газе изобарического процесса:

$$T_2 = T_1 (S_2 / S_1). \quad (2)$$

Найдем количество тепла, полученного массой газа при его нагревании, используя выражение (2) для T_2 :

$$Q = C (T_2 - T_1) = C T_1 (S_2 - S_1) / S_1. \quad (3)$$

Из уравнения первого закона термодинамики определим приращение внутренней энергии массы газа, используя выражения для Q и A (см. равенства (3) и (1)):

$$\Delta U = Q - A = [(C T_1 / S_1) - p_0 l] (S_2 - S_1) = 12 \text{ кДж.}$$

105. Закон движения поршня при вращении (рис. 94):

$$m \omega^2 r = (p_2 - p_1) S, \quad (1)$$

где $\omega^2 r$ — центростремительное ускорение поршня; p_2, p_1 — давления газа в соответствующих частях цилиндра; S — площадь поршня. Считая процесс перемещения поршня (из начального положения в равновесие при вращении) изотермическим, запишем закон Бойля — Мариотта для обеих частей сосуда:

$$p_1 S(l + r) = p_0 S l; \quad (2)$$

$$p_2 S(l - r) = p_0 S l.$$

С учетом (2) из (1) получим

$$\omega = \sqrt{\frac{p_0 V}{m (l^2 - r^2)}} = 200 \text{ рад/с.}$$

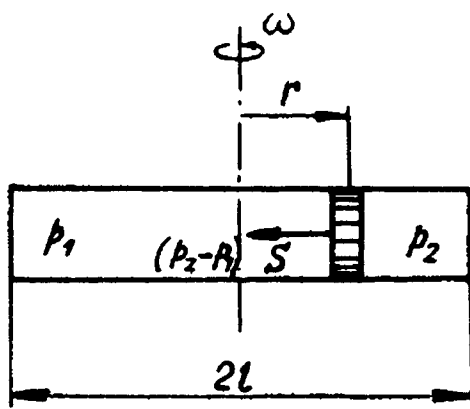


Рис. 94

Греческий алфавит

Печатные буквы	Название
Α α	альфа
Β β	бета
Γ γ	гамма
Δ δ	дельта
Ε ε	эпсилон
Ζ ζ	дзэта
Η η	эта
Θ θ	тхэта
Ι ι	йота
Κ κ	каппа
Λ λ	ламбда
Μ μ	мю
Ν ν	ню
Ξ ξ	кси
Ο ο	омикрон
Π π	пи
Ρ ρ	ро
Σ σ	сигма
Τ τ	тау
Υ υ	ипсилон
Φ φ	фи
Χ χ	хи
Ψ ψ	пси
Ω ω	омега

Латинский алфавит

Печатные буквы	Название	Печатные буквы	Название
A a	а	N n	эн
B b	бе	O o	о
C c	це	P p	пэ
D d	де	Q q	ку
E e	е	R r	эр
F f	эф	S s	эс
G g	ге	T t	тэ
H h	аш	U u	у
I i	и	V v	ве
J j	йот	W w	дубль-ве
K k	ка	X x	икс
L l	эль	Y y	игрек
M m	эм	Z z	зет

Обозначения единиц измерений некоторых физических величин

Ампер	А	Метр	м
Ватт	Вт	Ньютон	Н
Вебер	Вб	Ом	Ом
Вольт	В	Паскаль	Па
Генри	Гн	Радан	рад
Герц	Гц	Секунда	с
Джоуль	Дж	Кандела	кд
Кельвин	К	Стерadian	ср
Кулон	Кл	Тесла	Тл
Люмен	лм	Фарад	Ф
Люкс	лк		

Десятичные приставки к названиям единиц

Гига (10^9)	(например, 1 ГэВ = 10^9 эВ)
Мега (10^6)	(например, 1 МОм = 10^6 Ом)
Кило (10^3)	(например, 1 кВ = 10^3 В)
Милли (10^{-3})	(например, 1 мА = 10^{-3} А)
Микро (10^{-6})	(например, 1 мкм = 10^{-6} м)
Нано (10^{-9})	(например, 1 нс = 10^{-9} с)

Некоторые физические постоянные

Гравитационная постоянная $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$

Число Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$

Стандартный объем идеального газа $V_0 = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$

Термический коэффициент давления	}	$\alpha = 3,66 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$
Температурный коэффициент		
расширения идеального газа		

Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})$

Элементарный заряд $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} = 4,80 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЭ заряда}$

Число Фарадея $F = 0,965 \cdot 10^8 \text{ Кл}/(\text{кг} \cdot \text{моль})$

Масса электрона $m_e = 0,912 \cdot 10^{-30} \text{ кг}$

Атомная единица массы (а.е.м.) $= 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

Скорость света в вакууме $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

Постоянная Планка $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с};$

$$\hbar = h/2\pi = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 0,885 \cdot 10^{-11} \text{ Ф/м}$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9,0 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$$

Магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$

СОДЕРЖАНИЕ

	Задачи	Ответы и решения
§ 1. Кинематика	3	28
§ 2. Динамика	6	36
§ 3. Работа и мощность. Законы сохранения энергии и импульса	10	53
§ 4. Статика. Условия равновесия тел. Момент силы	15	68
§ 5. Молекулярная физика. Газовые законы. Термо- динамика	17	72
§ 6. Задачи, предлагавшиеся на вступительных экзаме- нах в МИФИ	21	79
Приложения	90	

Редактор Е. Н. Кочубей
Техн. редактор Е. Н. Кочубей
Корректор М. В. Макарова